

# Synthese von extrem ultravioletter Strahlung an relativistischen Plasmaoberflächen

Christian Rödel

DISSERTATION  
zur Erlangung des akademischen Grades  
DOCTOR RERUM NATURALIUM (DR. RER. NAT.)



---

seit 1558

vorgelegt dem Rat der

PHYSIKALISCH-ASTRONOMISCHE FAKULTÄT  
FRIEDRICH-SCHILLER-UNIVERSITÄT JENA

eingereicht von Dipl.-Phys. Christian Rödel  
geboren am 24.11.1983 in Gera

1. Gutachter

Prof. Dr. Gerhard G. Paulus

Institut für Optik und Quantenelektronik Jena

Friedrich-Schiller-Universität Jena

2. Gutachter

Prof. Dr. Jörg Schreiber

Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Garching

Ludwig-Maximilians-Universität München

3. Gutachter

Prof. Dr. Michael Geissler

Centre for Plasma Physics

Queen's University Belfast

Tag der öffentlichen Verteidigung: 17.01.2014

# Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass die vorliegende Arbeit von mir selbstständig verfasst wurde und ich keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Jena, den 6. Februar 2014

Seitens des Verfassers bestehen keine Einwände, die vorliegende Doktorarbeit für die öffentliche Nutzung in der Thüringer Universitäts- und Landesbibliothek zur Verfügung zu stellen.

Jena, den 6. Februar 2014

„Das Neue gefällt der Abwechslung wegen und eine funkelneue Mittelmäßigkeit wird höher geschätzt als ein schon gewohntes Vortreffliches.“

Baltasar Gracián y Morales

„Durch bloßes logisches Denken vermögen wir keinerlei Wissen über die Erfahrungswelt zu erlangen; alles Wissen über die Wirklichkeit geht von der Erfahrung aus und mündet in ihr.“

Albert Einstein in „Mein Weltbild“

# Inhaltsverzeichnis

<b>Inhaltsverzeichnis</b>	<b>I</b>
<b>Abstract</b>	<b>III</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Stand der Forschung . . . . .	4
1.2 Gliederung . . . . .	6
<b>2 Ausgewählte Grundlagen der Laser-Plasma-Physik</b>	<b>8</b>
2.1 Erzeugung und Beschreibung hochintensiver Laserpulse . . . . .	8
2.2 Relativistische Bewegung des freien Elektrons . . . . .	11
2.3 Zeitlicher Kontrast von Laserpulsen . . . . .	14
2.3.1 Verbesserung des Pulskontrasts durch SHG . . . . .	16
2.3.2 Kontrastverbesserung durch Plasmaspiegel . . . . .	17
2.4 Erzeugung von dichten Plasmen durch intensive Laserpulse . . . . .	19
2.5 Optische Eigenschaften von Plasmen . . . . .	22
2.6 Laserplasmaphysik an ausgedehnten Plasmadichteprofilen . . . . .	26
2.6.1 Absorption von Laserstrahlung durch Kollisionen . . . . .	28
2.6.2 Berechnung der Plasmaskalenlängen für die experimentellen Laser- und Plasmaparameter . . . . .	29
2.6.3 Kollisionsfreie Absorptionsmechanismen . . . . .	34
<b>3 Erzeugung hoher Harmonischenstrahlung an steilen Plasmarampen</b>	<b>37</b>
3.1 Harmonische durch Coherent Wake Emission (CWE) . . . . .	43
3.2 Harmonische durch relativistisch oszillierende Spiegel (ROM) . . . . .	46
<b>4 Bestimmung der Effizienz der ROM-Harmonischen</b>	<b>51</b>
4.1 Diskussion der ROM-Effizienz und der Abhängigkeit von der Plasmaskalen- länge . . . . .	56
<b>5 Einfluss von Oberflächenwellen auf die Effizienz der ROM-Harmonischen</b>	<b>60</b>
<b>6 Einfluss der Laser- und Plasmaparameter auf die Bandbreite der Har- monischen</b>	<b>67</b>
<b>7 Verstärkung von einzelnen ROM-Harmonischen bei der Erzeugung an Plasmastufen</b>	<b>74</b>
7.1 Frequenzsynthese durch den ROM-Mechanismus im XUV . . . . .	79

<b>8</b>	<b>Ausblick</b>	<b>88</b>
8.1	Anwendung breitbandiger XUV-Strahlung in der Untersuchung von Nanostrukturen mit der XUV-Kohärenztomografie . . . . .	88
8.2	Messung der Attosekundenpulsdauer durch nichtlineare XUV-Ionisation . .	91
<b>9</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>93</b>
<b>10</b>	<b>Appendix</b>	<b>98</b>
10.1	Kalibrierung des XUV-Spektrometers an einer Synchrotronstrahlungsquelle	98
10.2	Ergänzende Abbildungen . . . . .	99
	<b>Eigene Veröffentlichungen</b>	<b>110</b>
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>115</b>
	<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>118</b>
	<b>Literatur</b>	<b>119</b>

# Abstract

In this thesis, high harmonic radiation is studied which is generated by the relativistic interaction of intense laser pulses with dense plasma surfaces. Laser plasma simulations are performed by the author and by colleagues from the University of Düsseldorf for interpreting the experimental results. At first glance, these simulations predict such a high generation efficiency of harmonics from relativistically oscillating mirrors (ROM) that they have been considered as the next generation attosecond light source for the last 15 years [1, 2, 3]. The objective of this thesis is the spectral characterization of the harmonics' efficiency and the ROM process utilizing calibrated XUV diagnostics [4]. The first step, that has been pursued in the thesis work, is the generation of ROM harmonics at the terawatt laser systems JETI and ARCTURUS operated by the University of Jena and the University of Düsseldorf, respectively.

According to the wide-spread belief, the efficient generation of ROM harmonics requires extremely short plasma density gradients which calls for high intensity laser pulses with excellent temporal contrast [5, 6]. For this reason, a plasma mirror system has been installed at both laser systems to improve the pulse contrast by two or three orders of magnitude depending of the target material [7]. In experiments using contrast-enhanced laser pulses, a stable emission of ROM harmonics was observed. However, the highest yield has been measured for the intermediate pulse contrast which results in a plasma scale length  $L_P^{\text{ROM}} \simeq \lambda/5$ . Surprisingly, the overall efficiency of ROM harmonics decreases for shorter scale lengths  $\leq \lambda/10$  or high contrast, respectively. A strong signal of ROM harmonics could even be measured – indeed unstable – without any contrast improvement [8].

Laser plasma simulations confirm the experimental observation of an optimum plasma scale length  $L_P^{\text{ROM}} \simeq \lambda/5$ . Two effects have been identified which lead to the reduction of the ROM harmonics' yield for short plasma scale lengths: First, the laser field at the plasma surface is reduced for very short plasma scale lengths. Second, the oscillating electron plasma at the plasma surface is held back by strong electrostatic fields due to the immobile ion background for short plasma density gradients. As a conclusion, the use of an intermediate plasma density gradient for generating ROM harmonics with highest efficiency has to be considered as a paradigm shift in this research field since previous work has called for the highest possible pulse contrast or the shortest plasma scale length, respectively, in order to generate ROM harmonics at all [6, 9].

Using the optimized plasma scale length, a significant modulation and broadening of the ROM harmonic lines has been observed which is unfavorable for most of the potential applications of ROM harmonics. Laser plasma simulations reproduce the fine structure of the harmonic lines. They further reveal an unequally spaced attosecond pulse train and a positive chirp of the harmonics which is associated with the line broadening [10]. This

positive chirp is characteristic for ROM harmonics generated at expanded plasma density profiles and is explained by a temporal denting of the plasma surface due to radiation pressure. It is shown by simulations and experiments that the harmonics' linewidth can be minimized when the harmonics' chirp is compensated by chirped driving laser pulses [11].

For optimized preplasma conditions, the efficiency of the ROM harmonics was measured to be  $10^{-4}$  at 40 nm and  $10^{-6}$  at 20 nm per harmonic order [12] and falls short of expectations nurtured by 1D PIC-simulations and plasma theory [3, 13]. Having a pulse energy in the order of a  $\mu\text{J}$  per harmonic order, ROM harmonics are indeed suited, e. g., for seeding XUV free-electron lasers [14, 15] or coherent diffraction imaging [16]. However, the efficiency of ROM harmonics of  $10^{-4}$  at 40 nm is comparable to that of high harmonic generation in gaseous media [17, 18] which is state-of-the-art and technologically much less demanding. Considering the present results of the ROM harmonics' efficiency, the high expectations of a highly-efficient, next-generation attosecond source have not been met yet.

The reason for the rather low efficiency of ROM harmonics has been investigated by means of 2D simulations. These simulations reveal surface plasma waves which can be generated in addition to the ROM oscillation and lead to a reduced harmonic emission in the direction of reflection [19]. Surface plasma waves could thus be responsible for the low efficiency of ROM harmonics measured in the experiments. The simulations suggest that shorter pulses with few-cycle pulse duration should be used in the future for a more efficient generation since surface plasma waves can not be built up at these time scales.

A prerequisite for most of the potential applications of ROM harmonics is the generation with a high repetition rate. Using fast-rotating targets and frequency-doubled laser pulses surface harmonics have been generated with the 10-Hz repetition rate of the JETI laser system [20]. Due to the frequency-doubling process the pulse contrast is enhanced by several orders of magnitude such that extremely short plasma density gradients are obtained. Surprisingly, an effect was discovered which was not predicted by theory so far: The high harmonic spectra show a significant *enhancement of particular harmonic orders* located at twice the maximum plasma frequency  $2\omega_P$  or  $2\omega_P \pm 2\omega_L$ . By using targets of different density we were able to tune the enhancement in a certain frequency range in the XUV. Moreover, the efficiency of the amplified harmonics is even higher than the one which is measured for the optimized plasma scale length. Laser plasma simulations confirm the experimental results and reveal the origin of the enhancement: The plasma surface oscillates relativistically with the laser frequency  $\omega_L$  and the plasma frequency  $\omega_P$ . The enhanced harmonics are due to a ROM-like oscillation at  $\omega_P$ . A simple model based on the ROM model can explain the enhanced harmonics as a frequency-mixing process which utilizes the relativistic nonlinearity induced by retardation. This relativistic frequency synthesis at plasma surfaces can be regarded as a new regime of nonlinear optics in the XUV which employs plasma frequencies of dense surface plasmas in the order of several PHz [21].

At the end of the thesis, two selected applications of ROM harmonics are discussed: The generation of intense attosecond pulses by the ROM process would enable XUV-XUV pump-probe experiments providing attosecond time resolution [22]. However, such experiments would require the determination of the attosecond time structure of ROM harmonics first. An apparatus has been constructed which allows the measurement of an attosecond pulse train by using a nonlinear autocorrelation technique [23].

The second potential application of ROM harmonics is a non-invasive cross-sectional imaging technique which has been developed during the thesis work [24, 25]. This method provides a depth resolution of a few nanometers and employs broad-bandwidth XUV or soft x-ray radiation. ROM harmonics with a nearly continuous spectrum could be a suitable radiation source for this application of technical and industrial relevance.

# 1 Einleitung

Im Jahr 2010 feierte man das 50-jährige Jubiläum zur Erfindung des Lasers und blickte auf eine der bedeutendsten technologischen Entwicklungen des letzten Jahrhunderts zurück: Das Potential des Lasers für technologische Anwendungen wurde anfangs allerdings vollkommen unterschätzt. Denn zu Zeiten, als die Laserpioniere *T. Maiman*, *A. Schawlow* und *C. Townes* [26, 27] die ersten Laser entwickelten, galt der Laser vielmehr als eine Erfindung, für die man gleichsam Anwendungen „mitfinden“ müsse. Diese pessimistische Einschätzung hat sich allerdings spätestens seit den Errungenschaften der *Nichtlinearen Optik* geändert, die es ermöglicht haben, kürzere Wellenlängen als die der Laserstrahlung zu erzeugen. Der Ausgangspunkt der Nichtlinearen Optik ist dabei die Polarisation eines nichtlinearen Mediums

$$P = \chi^{(1)}E + \chi^{(2)}E^2 + \dots, \quad (1.1)$$

welche in einer Potenzreihe nach der elektrischen Feldstärke entwickelt wird. Nichtlinearitäten können somit durch die Suszeptibilitäten  $\chi^{(n)}$  ausgedrückt werden. Durch die Potenzierung eines mit der Frequenz  $\nu_L = \omega_L/2\pi$  oszillierenden Laserfeldes  $E(t) = E_0 \sin(\omega_L t)$  kommt es dabei zur Synthese neuer, mitunter deutlich höherer Frequenzen, was dazu führt, dass man die meist im Spektralbereich des nahen Infrarot vorkommende Laserstrahlung zu einer gewünschten, höheren Frequenz, z. B. im sichtbaren Spektralbereich, konvertieren kann. Die Erzeugung von Harmonischen – also Vielfachen der Grundfrequenz des Lasers – konnte bereits 1961 von *P. A. Franken et al.* in dielektrischen Medien demonstriert werden [28] und gehört heute zum technologischen Standard. Man kann mit Sicherheit sagen, dass man heute ohne die Methoden der Nichtlinearen Optik keinesfalls über derart intensive, kohärente Strahlungsquellen in großen Bereichen des optischen Spektrums verfügen würde [29].

Besondere Herausforderungen ergeben sich allerdings bei der Realisierung einer intensiven Strahlungsquelle bei noch kürzeren Wellenlängen, d.h. im extremen Ultraviolett (*extreme ultraviolet*, Abk.: XUV) oder gar im weichen Röntgenbereich (*soft x-ray*, Abk.: SXR). Effiziente Strahlungsquellen in diesen Spektralbereichen würden viele wissenschaftlich-technische Anwendungen ermöglichen und sind deshalb Gegenstand aktueller Forschung. Insbesondere die Mikroskopie bzw. die Erzeugung kleinster Strukturen würde von leistungsstarken XUV- bzw. SXR-Strahlquellen profitieren, da sich mit dieser Strahlung Strukturgrößen  $d_{\min} \propto \lambda$  im Bereich weniger Nanometer auflösen bzw. herstellen ließen [30].

Im Zuge der Entwicklung immer kürzerer und intensiverer Laserpulse konnten neue nichtlineare Prozesse gefunden werden, mit denen laserartige XUV- und SXR-Strahlung durch die Erzeugung von hohen Harmonischen (*high harmonic generation*, Abk.: HHG) in gasförmigen Medien realisiert wurde [31]. HHG-Strahlung besitzt dabei eine enorme spektrale Bandbreite, sodass sie aufgrund der Frequenz-Zeit-Unschärfe prinzipiell aus sehr

kurzen Pulsen bestehen kann. In den letzten 15 Jahren ist es mit Hilfe von HHG gelungen, die Pulsdauer von Laserstrahlquellen von Femtosekunden ( $10^{-15}$  s) bis auf etwa 100 Attosekunden ( $1 \text{ as} = 10^{-18}$  s) zu verkürzen [32, 33], was neue Möglichkeiten zur Untersuchung extrem schneller elektronischer Prozesse eröffnet hat [22, 34]. So ist es beispielsweise gelungen, bestimmte Aspekte der Dynamik von gebundenen Elektronen in Atomen [35, 36, 37], Molekülen [38] und Festkörpern [39] auf ihrer natürlichen Zeitskala im Attosekundenbereich experimentell zu untersuchen.

Heute lassen sich einzelne isolierte Attosekundenpulse mit einer Pulsdauer von 80 as, mittleren Photonenenergien von etwa 100 eV und Pulsenergien im Bereich von nJ realisieren [33, 40]. Dabei ist HHG aus Gasen ein in vielen Labors etablierter Prozess zur Erzeugung von XUV-Strahlung und erfordert typischerweise Laserpulse mit einer Intensität von  $I \simeq 10^{13} \dots 10^{15} \text{ W/cm}^2$ . Bei diesem Mechanismus nutzt man die Ionisation der Gasatome und die Beschleunigung der freigesetzten Elektronen im Laserfeld. Die Rekombination der Elektronen mit dem Ion hat zur Folge, dass ein Attosekundenpuls emittiert wird [34, 41]. Die Konversionseffizienz dieser Attosekunden-Strahlungsquelle beträgt jedoch – trotz der großen Fortschritte bei der Optimierung in den letzten Jahren – je nach Spektralbereich im XUV oder SXR lediglich  $\eta = 10^{-4} - 10^{-8}$  [17]. Ein grundlegendes Problem dieses HHG-Prozesses ist, dass die Effizienz für Intensitäten  $I \gg 10^{15} \text{ W/cm}^2$  *nicht* weiter zunimmt, sondern stattdessen abnimmt.<sup>1</sup> Deshalb gilt es als nahezu ausgeschlossen, dass HHG von Atomen mit den höchsten, heute verfügbaren Laserintensitäten  $I = 10^{19} \dots 10^{22} \text{ W/cm}^2$  [44] verwendet werden kann. HHG in Gasen erreicht als Attosekunden-Strahlungsquelle somit womöglich ihre Grenzen, sei es in Form von Photonenenergie, Pulsenergie oder Pulsdauer, und behindert damit den Fortschritt in der Attosekunden-Laserphysik [17]. Wissenschaftliche Anwendungen, wie z. B.

- Nichtlineare Ionisationsexperimente im XUV-Bereich bzw. Anrege-Abfrage-Experimente mit einer zeitlicher Auflösung von Attosekunden [45, 46, 47]
- Nachverstärkung (*Seeding*) von HHG-Strahlung in Freie-Elektronen-Lasern<sup>2</sup> (Abk.: FEL) [14, 15, 49]
- Experimente zur Demonstration von Effekten wie Vakuum-Doppelbrechung [50] oder die Erzeugung von Elektronen-Positronen-Paaren aus dem Vakuumhintergrund [51, 52]

---

<sup>1</sup>Die Reduktion der HHG-Effizienz bei steigender Intensität hat verschiedene Ursachen: Zum einen führt die verstärkte Ionisation und erhöhte freie Elektronendichte zu einer mitunter drastisch reduzierten Phasenanpassung und Defokussierung [42]. Bei relativistischen Intensitäten führt der relativistische  $v \times B$  Drift [43] außerdem dazu, dass das rückkehrende Elektron das Ion verfehlt und nicht rekombinieren kann.

<sup>2</sup>Für den Freie-Elektronen-Laser FLASH in Hamburg wird beispielsweise eine Seeding-Quelle mit einer Pulsenergie von  $1 \mu\text{J}$  bei 13 nm benötigt [48].

erfordern wesentlich intensivere XUV- bzw. SXR-Pulse und sind mit HHG aus Gasen nur sehr schwer zu realisieren. Es ist deshalb anzunehmen, dass die Attosekunden-Strahlungsquellen der nächsten Generation wohl entweder auf anderen HHG-Prozessen basieren, die bei sehr viel höheren Intensitäten im Allgemeinen ionisierte Materie, d. h. Plasmen, verwenden. Oder es setzt sich ein ganz anderer Ansatz durch: So ist es z. B. denkbar, intensive Attosekundenpulse im weichen Röntgen durch Freie-Elektronen-Laser [53, 54] zu erzeugen (s. Ref. [55, 56]).

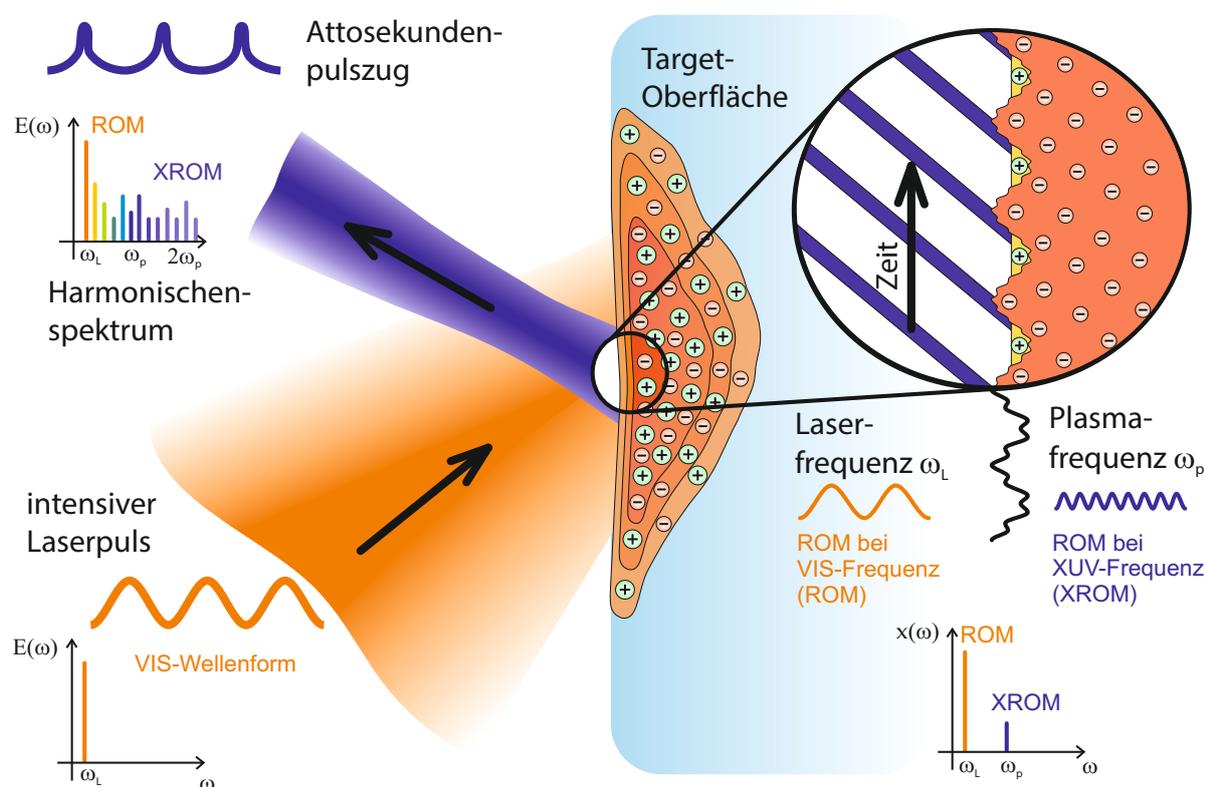


Abbildung 1: **Erzeugung von intensiven Attosekundenpulszügen an relativistischen Plasmaoberflächen:** Ein intensiver Laserpuls wird auf eine Oberfläche fokussiert, sodass ein reflektierendes Plasma entsteht. Für Intensitäten  $\geq 10^{18} \text{ W/cm}^2$  können die Elektronen an der Oberfläche zu einer relativistischen Oszillation mit der Laserfrequenz  $\omega_L$  angeregt werden, währenddessen die Ionen dieser schnellen Oszillation aufgrund ihrer größeren Masse nicht folgen können. Es hat sich in Simulationen gezeigt [1], dass ein Attosekundenpuls durch den relativistischen Doppler-Effekt erzeugt wird, wenn sich die Oberfläche mit einer relativistischen Geschwindigkeit auf die Lichtwelle zubewegt. Die reflektierte Strahlung besteht aus einem Zug von Attosekundenpulsen im Zeitbereich bzw. einem Harmonischenkamm im Frequenzbereich. In dieser Doktorarbeit wird u. a. gezeigt, dass dieses Bild erweitert werden muss: Die Oberfläche wird bei speziellen Laser- und Plasmaparametern außerdem zu einer relativistischen Oszillation mit der Plasmafrequenz  $\omega_p$ , d. h. bei einer XUV-Frequenz, angeregt (*XUV relativistically oscillating mirror*, Abk.: XROM). Dies führt zu einer verstärkten Emission von bestimmten Harmonischen, deren Synthese mit einer nichtlinearen Frequenzmischung erklärt werden kann. Es wird gezeigt, dass relativistische Nichtlinearitäten von besonderer Bedeutung sind (s. Kapitel 7).

Einer der spektakulärsten Ansätze zur effizienten Erzeugung von Attosekundenpulsen wird seit einigen Jahren mit relativistisch oszillierenden Spiegeln verfolgt (*relativistic oscillating mirror*, Abk.: ROM) [6, 9]. Mit diesem Erzeugungsmechanismus von Harmonischen wird sich in dieser Arbeit beschäftigt. Er ist schematisch in Abb. 1 dargestellt. Eine ganz ähnliche Idee ist die Reflexion von Licht an einem gleichförmig bewegten, dichten Plasma [57, 58, 59, 60], das durch den Strahlungsdruck auf relativistische Geschwindigkeiten beschleunigt wurde. Bei beiden Methoden des noch jungen Feldes der *Relativistischen Nichtlinearen Optik* [61, 62] ist besonders bemerkenswert, dass bereits *A. Einstein* in seinem Werk „Zur Elektrodynamik bewegter Körper“ im Jahr 1905 auf die effiziente Frequenzkonversion an relativistisch bewegten Spiegeln hingewiesen hat [63].

## 1.1 Stand der Forschung

Die Erzeugung von hohen Harmonischen durch den ROM-Prozess wurde in den letzten Jahren durch einige Experimente demonstriert [6, 9, 64, 65, 66]. Der Stand der Forschung und ein Vergleich der ROM-Harmonischen mit anderen XUV-Strahlungsquellen, z. B. HHG aus Gasen, Röntgenlasern oder Freie-Elektronen-Lasern, ist im Übersichtsartikel von *U. Teubner* und *P. Gibbon* [67] dargestellt.

Bei den Experimenten zur Erzeugung der Oberflächenharmonischen wird ein Laserpuls auf einen Festkörper mit optischer Oberfläche fokussiert, sodass ein dichtes, reflektierendes Plasma entsteht – im Folgenden auch Plasmaspiegel genannt. Ist das Feld des treibenden Lasers dabei derart hoch, dass sich dieser Spiegel in kurzen Momenten mit relativistischer Geschwindigkeit  $\beta = v/c \lesssim 1$  auf die Lichtwelle zubewegt, so wird ein kurzer Puls hochfrequenter Strahlung erzeugt. Da dieser Prozess typischerweise periodisch mit dem Laserzyklus stattfindet, entsteht ein Zug aus Attosekundenpulsen, welcher im Frequenzbereich einem Frequenzkamm von hohen Harmonischen entspricht.

Die Mechanismen, die zur Erzeugung von hohen Harmonischen an einer Oberfläche führen, wurden in den letzten Jahren mit numerischen Laser-Plasma-Simulationen untersucht bzw. theoretisch behandelt. Sowohl die Simulationen als auch die theoretischen Modelle sagen eine sehr hohe Effizienz der ROM-Harmonischen im relativistischen Grenzfall mit  $\eta \simeq (\omega_n/\omega_L)^{-8/3}$  vorher [13, 68, 69], sodass der ROM-Mechanismus seit Jahren als der vielversprechendste Weg für die Erzeugung intensiver Attosekundenpulse angesehen wird [3]. Die ROM-Harmonischen besitzen gegenüber Gasharmonischen den Vorteil, dass der Erzeugungsprozess selbst bei den höchsten derzeit verfügbaren Intensitäten verwendet werden kann. Laut PIC-Simulationen sollte es außerdem bereits heute möglich sein, mit dem ROM-Prozess intensive XUV- und SXR-Pulsen mit einer Dauer von wenigen Attosekunden zu erzeugen [3, 70].

In den bisherigen Experimenten hat sich allerdings herausgestellt, dass die effiziente Erzeugung der ROM-Harmonischen mit Schwierigkeiten verbunden ist und nicht nur hohe Spitzenintensitäten ( $I \gtrsim 10^{18} \text{ W/cm}^2$ ) erfordert, sondern ebenso ausgezeichnete Pulsparameter benötigt werden. Als zusätzlicher, entscheidender Erzeugungsparameter wurde dabei der *Pulscontrast* identifiziert [5, 6, 9], welcher selbst bei modernen Lasersystemen im Allgemeinen nicht für eine effiziente Erzeugung der ROM-Harmonischen ausreicht. Ein hoher Pulscontrast bedeutet hierbei, dass die Intensität vor dem Erreichen der Spitzenintensität möglichst niedrig sein muss, sodass die Oberfläche nicht zerstört wird, bevor der Hauptpuls mit ihr wechselwirkt. Andernfalls wird die Oberfläche bereits einige Zeit vor dem Erreichen der Spitzenintensität ionisiert und das erzeugte Plasma dehnt sich aus. Der Hauptpuls wechselwirkt in diesem Fall mit einer ausgedehnten Plasmadichterampe anstatt mit einem stufenförmigen Plasma mit Festkörperdichte. Die sogenannte *Plasmaskalenlänge* beschreibt im Folgenden die Ausdehnung der Plasmadichterampe. Zwei- bzw. dreidimensionale Laser-Plasma-Simulationen haben den störenden Einfluss einer sehr stark ausgedehnten Plasmaskalenlänge bestätigt [71]. Die nahezu isotrope und somit ineffiziente Abstrahlung der Harmonischen in den ersten Experimenten mit niedrigem Pulscontrast [65] konnte somit erklärt werden.

Ergebnissen von 1D-PIC-Simulationen zufolge besitzen ROM-Harmonische bereits bei moderat relativistischen Intensitäten eine vergleichsweise hohe spektrale Intensität [1, 72]. Deshalb gelten ROM-Harmonische seit mittlerweile etwa 15 Jahren in der Theorie als vielversprechende Attosekundenpulsquelle [1, 3, 72] bzw. als intensive HHG-Quelle im Wasserfenster [2]. Bisher konnten die Oberflächenharmonischen die Bedeutung von HHG aus Gasen [22, 73] für die Wissenschaft jedoch nicht annähernd erreichen. Über Anwendungen oder Experimente mit ROM-Harmonischen, welche über die Demonstration der Strahlungsquelle hinausgehen, wurde ebenso nicht berichtet. Vergleicht man die Entwicklung von HHG-Quellen mit der anfangs erwähnten Pionierzeit der Laserentwicklung, so ergibt sich ein nahezu identisches Bild: Heute besitzen auch HHG-Quellen rein akademische Anwendungen. Technologisch bzw. industriell relevante Anwendungen sind nicht abzusehen.

## 1.2 Gliederung

Das Ziel dieser Doktorarbeit ist die Erzeugung und Charakterisierung von ROM-Harmonischen mit dem 40 TW-Laser „JETI“ (Jenaer Titan-Saphir-Laser, Abk.: JETI), welcher am Institut für Optik und Quantenelektronik bzw. an der Friedrich-Schiller-Universität Jena zur Verfügung steht.<sup>3</sup> Die ROM-Harmonischen sollen zunächst in Experimenten zuverlässig beobachtet werden, was Maßnahmen zur Verbesserung des Pulskontrasts erfordert. Dazu kann entweder ein *Plasmaspiegelsystem* [7] (s. Abschnitt 2.3.2) oder die *Frequenzverdopplung* (*second harmonic generation*, Abk.: SHG, s. Abschnitt 2.3.1) der Laserpulse eingesetzt werden. In den Experimenten soll außerdem kalibrierte XUV-Diagnostik (s. Abschnitt 10.1 im Anhang) verwendet werden, sodass die Charakterisierung der Effizienz bzw. der Pulsenergie der ROM-Harmonischen ermöglicht wird.

Die Doktorarbeit ist wie folgt gegliedert:

- In Kapitel 2 werden die Grundlagen zum Verständnis der relativistischen Laser-Plasma-Wechselwirkung behandelt. Außerdem werden die verwendeten Methoden zur Kontrastverbesserung diskutiert. Die in diesem Kapitel vorgestellte Kontrastverbesserung durch Plasmaspiegel bzw. SHG ist die Grundlage der Veröffentlichungen *C. Rödel et al.* in *Applied Physics B – Lasers and Optics (2011)* [7] und *J. Bierbach, C. Rödel et al.* in *New Journal of Physics (2012)* [20]. Da die spektralen Eigenschaften der ROM-Harmonischen in komplexer Weise von den Vorplasmabedingungen abhängen, die im Experiment nicht direkt messbar sind, wird besonders auf die Modellierung bzw. Simulation der Vorplasmabedingungen eingegangen (Abschnitt 2.6.2).
- In Kapitel 3 werden die physikalischen Prozesse diskutiert, die zur Erzeugung von Harmonischen an Plasmaoberflächen führen. Es ist hierbei zu betonen, dass die Modellierung des Oberflächenplasmas durch Computersimulationen unabdingbar für die Interpretation der experimentellen Resultate ist. Deshalb wird in diesem Kapitel besonderes Augenmerk auf Laser-Plasma-Simulationen gerichtet, welche die komplexe Physik der Laser-Plasma-Wechselwirkung beschreiben können.<sup>4</sup> In diesem Kapitel wird außerdem ein erweitertes Modell des ROM-Prozesses eingeführt [75].
- In Kapitel 4 wird die Messung der Effizienz der ROM-Harmonischen in Abhängigkeit

---

<sup>3</sup>Ein Teil der Experimente wurde am 100-TW Lasersystem „ARCTURUS“ an der Universität Düsseldorf durchgeführt. Die experimentellen Resultate zur Erzeugung der Oberflächenharmonischen sind mit denjenigen vom JETI-Lasersystem vergleichbar und wurden in der Doktorarbeit von M. Behmke dargestellt [74].

<sup>4</sup>Die verwendeten Codes simulieren dabei die Dynamik des Plasmas im elektromagnetischen Feld, indem Teilchen mit ähnlichen Eigenschaften zu Makropartikeln zusammengefasst werden (*particle-in-cell*, Abk.: PIC).

von der Plasmaskalenlänge dargestellt und diskutiert. Dieses Kapitel basiert auf der Publikation *C. Rödel et al.* in *Physical Review Letters* (2012) [12].

- In Kapitel 5 werden 2D-PIC-Simulationen vorgestellt, die von *D. an der Brügge* durchgeführt wurden. Diese zeigen bei idealisierten Laser-Plasma-Parametern die Ausprägung von Oberflächenwellen, die sich auf die Abstrahlcharakteristik der ROM-Harmonischen auswirken. Grundlage dieses Kapitels ist die Publikation von *D. an der Brügge, N. Kumar, A. Pukhov, C. Rödel* in *Physical Review Letters* (2012) [19].
- In Kapitel 6 werden spektrale Substrukturen der Harmonischen diskutiert, die beobachtet werden, wenn ausgedehnte Plasmadichteprofile verwendet werden.<sup>5</sup> Es wird gezeigt, dass die spektrale Substruktur der ROM-Harmonischen durch geeignete Laserparameter beeinflusst werden kann. Dieses Kapitel basiert auf der Publikation von *M. Behmke, D. an der Brügge, C. Rödel et al.* in *Physical Review Letters* (2011) [10] und dem Manuskript von *D. Hemmers et al.* [11].
- In Kapitel 7 werden Experimente mit sehr kurzen Plasmadichterampen vorgestellt, bei denen eine Verstärkung einzelner Harmonischer beobachtet werden kann. Es wird zudem gezeigt, dass sich deren Erzeugung als Frequenzsynthese verstehen lässt, welche eine große Ähnlichkeit mit der Frequenzmodulation von Radio- oder Audiosignalen besitzt. Dieses Kapitel basiert auf dem Manuskript *C. Rödel, E. Eckner et al.* [21], welches zur Veröffentlichung eingereicht ist. Die Demonstration der ROM-Harmonischen mit einer Repetitionsrate von 10 Hz wurde von *J. Bierbach, C. Rödel et al.* in *New Journal of Physics* (2012) publiziert [20].
- In Kapitel 8 wird ein Ausblick gegeben, inwieweit man die ROM-Harmonischen in Zukunft für technologisch bzw. wissenschaftlich relevante Anwendungen einsetzen kann:

Zum einen wurde mit *S. Fuchs* und *G. Paulus* ein 3D-Bildgebungsverfahren entwickelt, mit dem man in der Tiefe vergrabene Strukturen mit einer Auflösung von wenigen Nanometern untersuchen kann. Die sogenannte XUV-Kohärenztomografie oder kurz XCT wird in der Publikation *S. Fuchs, A. Blinne, C. Rödel et al.* in *Applied Physics B – Lasers and Optics* vorgestellt [24]. Die erfolgreiche Demonstration der XCT wird im Manuskript von *S. Fuchs, C. Rödel et al.* beschrieben [25].

Zum anderen wird in diesem Kapitel eine Apparatur zur Messung der Attosekunden-Zeitstruktur präsentiert. Details zu dieser Apparatur sind in der Diplomarbeit von *M. Wünsche* ausführlich beschrieben [23].

---

<sup>5</sup>Teilergebnisse, die in Zusammenarbeit mit Kollegen der Universität Düsseldorf erzielt wurden, sind ebenso in der Dissertation von Michael Behmke [74] und Daniel an der Brügge [76] dargestellt.

## 2 Ausgewählte Grundlagen der Laser-Plasma-Physik

### 2.1 Erzeugung und Beschreibung hochintensiver Laserpulse

**Mathematische Beschreibung von Laserpulsen:** Das zeitveränderliche elektrische Feld eines Laserpulses wird durch den Realteil einer komplexwertigen Funktion

$$E(z, t) = |E(z, t)| \cdot e^{i\varphi(z, t)} = |E_{\text{env}}(z, t)| \cdot e^{i(\omega t - k_z z)} \quad (2.1)$$

beschrieben, welche aus einer Einhüllenden  $|E_{\text{env}}(z, t)|$  mit einer Pulsdauer  $\Delta t$  und einer schnell veränderlichen Oszillation mit der Trägerfrequenz  $\omega_L$  besteht.<sup>6</sup> Das Feld des Laserpulses mit einer Amplitude  $|E(t)|$  und einer Phase  $\varphi(t)$  beträgt im Zeitbereich

$$E(t) = |E(t)| \cdot e^{i\varphi(t)} = \mathfrak{F}^{-1}(\tilde{E}(\omega)) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (2.2)$$

und ist durch die komplexe Fourier-Transformation

$$\tilde{E}(\omega) = |\tilde{E}(\omega)| \cdot e^{i\tilde{\varphi}(\omega)} = \mathfrak{F}(E(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} E(t) e^{-i\omega t} dt \quad (2.3)$$

gleichermaßen im Spektralbereich bestimmt. Laserpulse besitzen somit eine spektrale Amplitude  $|\tilde{E}(\omega)|$  mit einer Bandbreite  $\Delta\omega$  und eine spektrale Phase  $\tilde{\varphi}(\omega)$ .

Die instantane Intensität  $I(t) = \frac{1}{2}\varepsilon_0 c E(t) \cdot E^*(t)$  bzw. die spektrale Intensität  $\tilde{I}(\omega) = \frac{1}{4\pi}\varepsilon_0 c \tilde{E}(\omega) \cdot \tilde{E}^*(\omega)$  ist dabei ebenso im Zeitbereich bzw. im Spektralbereich definiert.<sup>7</sup> Es gilt außerdem das Zeit-Bandbreite-Produkt

$$\Delta t_{\text{FWHM}} \cdot \Delta\omega_{\text{FWHM}} \geq 4 \ln 2 \quad (2.4)$$

für die Halbwertsbreiten  $\Delta t_{\text{FWHM}}$  bzw.  $\Delta\omega_{\text{FWHM}}$  (*full width at half maximum*, Abk.: FWHM).<sup>8</sup> Dies hat zur Folge, dass man für die Erzeugung kurzer Laserpulse eine große spektrale Bandbreite benötigt.<sup>9</sup> Die Gleichheit in Gl. 2.4 gilt für sogenannte *Fourier-limitierte* Pulse mit einer Pulsdauer  $\Delta t_{\text{FTL}}$ .

Der zeitliche Verlauf eines Laserpulses sowie die Pulsdauer sind von der spektralen Phase  $\tilde{\varphi}(\omega)$  abhängig. Mit Hilfe einer Entwicklung der spektralen Phase in eine Taylor-

<sup>6</sup>Im Grenzfall einer langsam veränderlichen Einhüllenden bzw.  $\Delta\omega \ll \omega_L$  lässt sich die Trägerfrequenz  $\omega_L$  abspalten [77].

<sup>7</sup>Infolge des Parsevalschen Theorems [78]  $\int_{-\infty}^{\infty} |E(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |E(\omega)|^2 d\omega$  ist die Energie im Zeit- und Spektralbereich außerdem identisch.

<sup>8</sup>Bei der angegebenen Beziehung werden gaußförmige Pulse verwendet.

<sup>9</sup>Im Allgemeinen ist die größtmögliche spektrale Bandbreite eines Kurzpulslasersystems durch die Verstärkungsbandbreite der Lasermedien gegeben. Titan-Saphir besitzt eine hohe Verstärkung im Bereich von 600 – 900 nm, mit der sich Pulse mit einer Dauer von wenigen Femtosekunden erzeugen lassen.

Reihe

$$\tilde{\varphi}(\omega) = \underbrace{\tilde{\varphi}(\omega_0)}_{\text{CEP}} + \underbrace{\frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial \omega}(\omega_0)}_{D_1} \cdot (\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \underbrace{\frac{\partial^2 \tilde{\varphi}}{\partial \omega^2}(\omega_0)}_{D_2} \cdot (\omega - \omega_0)^2 + \dots + \frac{1}{n!} \underbrace{\frac{\partial^n \tilde{\varphi}}{\partial \omega^n}(\omega_0)}_{D_n} \cdot (\omega - \omega_0)^n \quad (2.5)$$

kann man den Einfluss der jeweiligen Polynome untersuchen: Der lineare Term  $D_1$  entspricht im Zeitbereich lediglich einer Verschiebung und ist hier nicht von Interesse. Der quadratische Term  $D_2$  ist hingegen für eine lineare Änderung der Momentanfrequenz  $\omega(t) = \frac{d}{dt}\varphi(t)$  des Pulses verantwortlich. Der Parameter  $D_2$  wird üblicherweise als linearer *Chirp* bezeichnet und führt zu einer gegenüber der Fourier-begrenzten Pulsdauer  $\Delta t_{\text{FTL}}$  erhöhten Pulsdauer  $\Delta t$ . Für gaußförmige Laserpulse kann die gestreckte Pulsdauer mit

$$\Delta t = \Delta t_{\text{FTL}} \sqrt{1 + 16(\ln 2)^2 \frac{(D_2)^2}{\Delta t_{\text{FTL}}^4}} \quad (2.6)$$

berechnet werden. Terme höherer Ordnung  $D_n$  führen ebenfalls zu einer Streckung der Pulsdauer. Es kommt dabei außerdem zu einer Modifikation der zeitlichen Form der Laserpulse. Zur Erzeugung von sehr kurzen, Fourier-limitierten Pulsen bzw. zur Unterdrückung von Vorpulsen müssen die Terme  $D_n$  ab der zweiten Ordnung minimiert werden.

**Verstärkung von Laserpulsen durch CPA:** Die Streckung der Laserpulse infolge eines Chirps  $\tilde{\varphi}(\omega)$  kann man durch einen entgegengesetzten Chirp  $-\tilde{\varphi}(\omega)$  rückgängig machen bzw. kompensieren. Dies lässt sich technisch in einem Pulsstreckler bzw. -kompressor realisieren, bei dem man die Dispersion von Gittern oder transparenten Medien nutzt. Auf diese Weise legen unterschiedliche Frequenzkomponenten unterschiedliche optische Wegstrecken  $d(\omega) = n(\omega)L(\omega)$  zurück. Somit kann man dem Laserpuls eine zusätzliche spektrale Phase

$$\tilde{\varphi}(\omega) = \frac{\omega}{c} d(\omega) \quad (2.7)$$

aufgeprägt und die Pulsdauer je nach Bedarf strecken bzw. komprimieren.

Die höchsten heute verfügbaren Spitzenleistungen von einigen 10 TW bis zu einem PW [79] werden mit dem Verstärkungsprinzip der *Chirped Pulse Amplification* (Abk.: CPA) [80, 81] erzielt. Bei typischen CPA-Lasersystemen werden Laserpulse mit einer Pulsdauer von einigen Femtosekunden<sup>10</sup> und niedriger Pulsenergie zunächst auf eine Pulsdauer von einigen hundert Pikosekunden gestreckt. Die Pulsenergie wird daraufhin im Lasersystem soweit verstärkt, bis eine weitere Erhöhung der Pulsenergie zur Zerstörung von optischen Komponenten führen würde. Im letzten Schritt wird der Laserpuls bei geringen Verlusten

<sup>10</sup>Laserpulse mit einer Pulsdauer von etwa 10 fs können durch Modenkopplung in Oszillatoren mit Titan-Saphir als Verstärkermedium erzeugt werden. Die Pulsenergien sind typischerweise in der Größenordnung von pJ – nJ.

von Pulsenergie wieder auf die ursprüngliche Pulsdauer komprimiert,<sup>11</sup> sodass extrem hohe Spitzenleistungen erreicht werden können.

Der Terawattlaser JETI (Jenaer Titan-Saphir-Laser) ist ein CPA-Lasersystem, mit dem Laserpulse mit einer Pulsenergie von 0,8 J und einer Pulsdauer von 27 fs erzeugt werden können. Die Pulsdauer bzw. die spektrale Phase von einzelnen Laserpulsen kann mit einem interferometrischen, nichtlinearen Messverfahren [82] (*spectral phase interferometry for direct electric field reconstruction*, Abk.: *Spider*) bestimmt werden.<sup>12</sup> Mit dem akusto-optischen, programmierbaren Modulator *Dazzler*<sup>13</sup> kann außerdem die spektrale Phase der Laserpulse während des Experiments verändert werden [83].

Für die Erzeugung höchster Intensitäten werden die Pulse des JETI-Lasersystems mit Parabolspiegeln fokussiert, sodass Intensitäten  $I \approx \frac{E}{\tau_{\text{FWHM}} \cdot A_{\text{FWHM}}}$  von bis zu  $10^{20} \text{ W/cm}^2$  erreicht werden können. Die Intensitätsverteilung der Laserpulse in der Fokusebene ist in Abb. 2 dargestellt: Wenn 800 nm-Pulse und der Plasmaspiegelaufbau verwendet werden, beträgt die Halbwertsfläche  $A_{\text{FWHM}}^{1\omega_L}$  typischerweise  $9,9 \mu\text{m}^2$ .<sup>14</sup> Für die frequenzverdoppelten Pulse ergibt sich eine Fokusfläche  $A_{\text{FWHM}}^{2\omega_L} = 4 \mu\text{m}^2$ . Der Anteil der Pulsenergie  $E_{\text{FWHM}}$  innerhalb der Halbwertsfläche  $A_{\text{FWHM}}$  beträgt typischerweise etwa 20 – 30 %. Ein beachtlicher Anteil des Laserpulses wird somit *nicht* auf die höchsten Intensitäten fokussiert.<sup>15</sup> Die Spitzenintensität, die mit der Fundamentalen erreicht wird, beträgt nach dieser Abschätzung  $I_{\omega}^{\text{max}} = 3,2 \cdot 10^{19} \text{ W/cm}^2$ .

Da für die frequenzverdoppelten Laserpulse keine Diagnostik zur Messung der Pulsdauer zur Verfügung steht, kann diese nur abgeschätzt bzw. simuliert werden. Sowohl mit der gemessenen Bandbreite des SHG-Spektrums  $\Delta\omega_{\text{SHG}} \simeq 7 \text{ nm}$  nach Gl. 2.4 oder mit numerischen Simulationen [84] des SHG-Prozesses<sup>16</sup> ergibt sich eine Pulsdauer von  $\Delta t_{\text{FWHM}}^{\text{SHG}} \approx 45 \text{ fs}$ . Mit den frequenzverdoppelten Pulsen kann somit eine Spitzenintensität  $I_{2\omega}^{\text{max}} = 3 \cdot 10^{19} \text{ W/cm}^2$  erreicht werden.

<sup>11</sup>Die spektrale Bandbreite wird bei der Verstärkung typischerweise verringert (*gain narrowing*), sodass die komprimierte Pulsdauer typischerweise größer ist als die ursprüngliche Pulsdauer. Mit spektralen Filtern wie z. B. dem programmierbaren akusto-optischen Spektralfilter „Mazzler“ von der Firma Fastlite kann man diesem Prozess entgegenwirken, sodass moderne Terawattlasersysteme komprimierte Pulsdauern von 20 – 30 fs besitzen.

<sup>12</sup>Das verwendete Gerät ist von der Firma APE GmbH, Berlin.

<sup>13</sup>Das Gerät wird von der Firma Fastlite hergestellt.

<sup>14</sup>Die Angabe der Fokusfläche bezieht sich auf die um  $\theta = 45^\circ$  gedrehte Ebene der Festkörperoberfläche, an der die ROM-Harmonischen später erzeugt werden.

<sup>15</sup>Mit einer adaptiven Optik könnte man die Wellenfront des Lasers korrigieren und diesen Anteil signifikant erhöhen.

<sup>16</sup>Eine ausführliche Diskussion der SHG-Pulsdauer und der Simulationen ist in der Masterarbeit von A. Galestian dargestellt [85].

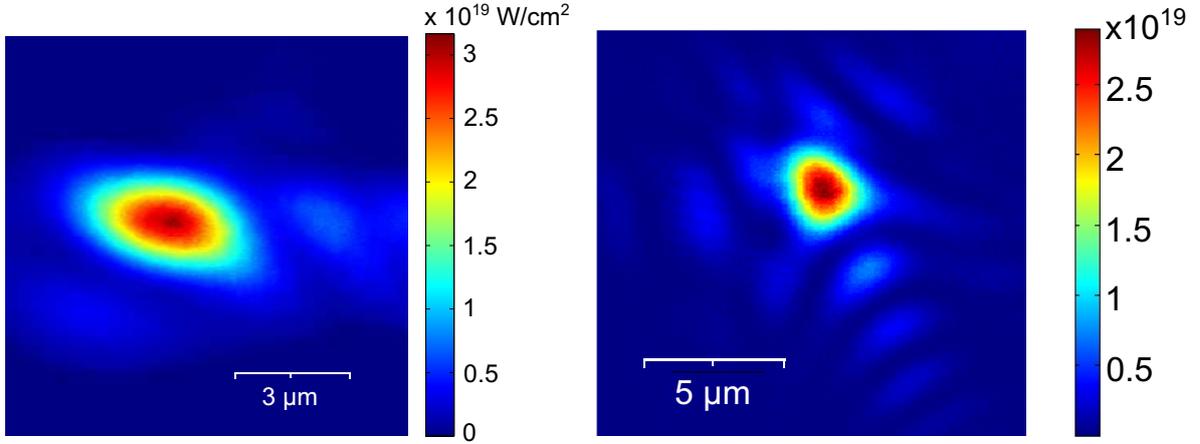


Abbildung 2: **Räumliche Intensitätsverteilung der Laserpulse:** Die Laserpulse werden mit einem Mikroskopobjektiv auf eine CCD-Kamera abgebildet (s. Abb. 35). Die dargestellten Intensitätsverteilungen sind bereits für die um  $45^\circ$  gedrehte Ebene umgerechnet, in der sich die Festkörperoberfläche während der Harmonischenerzeugung befindet.

**links:** Für die Intensitätsverteilung der 800 nm-Pulse (mit Plasmaspiegelaufbau) wird eine Halbwertsfläche von  $A_{\text{FWHM}} = 9,9 \mu\text{m}^2$  gemessen, innerhalb der sich ein Anteil von  $q = 31,4\%$  der gesamten Pulsenergie befindet. Dies entspricht einer Pulsenergie  $E_{\text{FWHM}} = 96 \text{ mJ}$ . Der Anteil, der auf relativistische Intensitäten fokussiert wird ( $a_0 > 1$ ), beträgt  $E_{a_0 > 1} = 253 \text{ mJ}$ . Die Spitzenintensität beträgt  $3,2 \cdot 10^{19} \text{ W/cm}^2$ .

**rechts:** Die Intensitätsverteilung der frequenzverdoppelten Pulse zeigt eine Halbwertsfläche von  $3,6 \mu\text{m}^2$ , in der sich 29% der Gesamtenergie befinden. Die Spitzenintensität beträgt  $3 \cdot 10^{19} \text{ W/cm}^2$ .

## 2.2 Relativistische Bewegung des freien Elektrons

Als Grundlage für die Diskussion der ROM-Harmonischen soll zunächst die einfachste Laser-Materie-Wechselwirkung behandelt werden: die relativistische Bewegung eines freien Elektrons in einem linear polarisierten Laserfeld. Eine exakte, analytische Beschreibung der Trajektorie kann für eine beliebige Amplitude des Laserfeldes gefunden werden [86, 87], indem die relativistische Bewegungsgleichung

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(\gamma m_e \vec{v}) = -e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (2.8)$$

gelöst wird. Hierbei ist

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (2.9)$$

der relativistische Lorentz-Faktor des Elektrons. Üblicherweise verwendet man zur Lösung der relativistischen Bewegungsgleichung relativistisch normierte Größen, z. B. das normier-

te Vektorpotential

$$a_0 = \frac{eA_0}{m_e c^2} = \frac{eE_0}{\omega_L m_e c} = \sqrt{\frac{I[\text{W/cm}^2]\lambda[\mu\text{m}]^2}{1,37 \cdot 10^{18} \frac{\text{W}\mu\text{m}^2}{\text{cm}^2}}}, \quad (2.10)$$

welches bei gegebener Intensität  $I$  und Wellenlänge  $\lambda$  berechnet werden kann. Eine Spitzenintensität von  $3 \cdot 10^{19} \text{ W/cm}^2$  der 800-nm-Pulse entspricht somit einem normierten Vektorpotential  $a_0 = 3,8$ . Vernachlässigt man zunächst das magnetische Feld und die relativistische Massenzunahme in Gl. 2.8, so ergibt sich für die maximale Oszillationsgeschwindigkeit des Elektrons  $v_{\text{max}}^{\text{NR}}/c = \frac{eA_0}{m_e c^2} = a_0$  und für die maximale kinetische Energie  $E_{\text{kin}} = \frac{a_0^2}{2} m_e c^2$ . Die kinetische Energie des Elektrons überschreitet die Ruhemasse des Elektrons von 511 keV somit für  $a_0 = \sqrt{2}$  und eine relativistisch korrekte Behandlung ist notwendig. Aus diesem Grund wird das Laserfeld bzw. die Intensität für  $a_0 \gtrsim 1$  als *relativistisch*, für  $a_0 \ll 1$  als *nichtrelativistisch* und für  $a_0 \gg 1$  als *ultrarelativistisch* bezeichnet. Bei relativistischen Intensitäten muss die relativistische Massenzunahme und der Einfluss des magnetischen Feldes in Gl. 2.8 allerdings berücksichtigt werden. Nach einer kurzen Rechnung [87] ergibt sich für eine ebene Welle  $\vec{a}(\vec{r}, t) = \Re \{ a_0 e^{-i\omega_L t'} \} \vec{e}_y$  mit einer stufenförmigen, zeitlichen Form und der Anfangsbedingung, dass das Elektron ruht, die relativistische Trajektorie

$$y(t') = a_0 \frac{c}{\omega} \sin(\omega_L t'), \quad (2.11)$$

$$x(t') = a_0^2 \frac{c}{4} \left( t' + \frac{1}{2\omega_L} \sin(2\omega_L t') \right), \quad (2.12)$$

wobei  $t' = t - x(t)/c$  die *retardierte Zeit* bezeichnet. Anhand dieser Trajektorie lassen sich zwei charakteristische Effekte der relativistischen Wechselwirkung identifizieren:

1. Die transversale Oszillationsamplitude in der Polarisationsrichtung  $\vec{e}_y$  ist linear von  $a_0$  abhängig.<sup>17</sup>
2. Die longitudinale Bewegung besteht aus einer gleichförmigen Driftbewegung und einer Oszillationsbewegung mit  $2\omega_L$ , die quadratisch von  $a_0$  abhängt. Bei der Wechselwirkung eines relativistischen Laserpulses oszillieren die Elektronen somit auch in Richtung des Wellenvektors  $\vec{k} = |k| \vec{e}_x$  mit  $2\omega_L$ .

Im Bezugssystem der Drift ergibt sich eine Bewegung in Form einer Acht mit  $k_x = a_0 \sin(\omega_L t')$  und  $k(z - z_d) = \frac{a_0}{8} \sin(2\omega_L t')$  [87]. Bemerkenswert ist hierbei, dass die Oszillation in transversaler Richtung selbst im relativistischen Grenzfall  $a_0 \rightarrow \infty$  wesentlich größer ist als die longitudinale Oszillation bei  $2\omega_L$  [88].

<sup>17</sup>In einem allgemeineren Kontext folgt dies bereits aus der Erhaltung des kanonischen Impulses  $p + qA = \text{const}$  bei planarer Symmetrie [87].

Man beachte, dass die relativistische Oszillation der Plasmaoberfläche für den ROM-Mechanismus entscheidend ist (s. Abschnitt 3.2). Durch die longitudinale Oszillation der Elektronen im relativistischen Laserfeld mit  $2\omega_L$  können somit auch unter senkrechtem Einfall ROM-Harmonische erzeugt werden. Da die Oszillationsbewegung in Richtung der Polarisation des Lasers mit  $\omega_L$  jedoch weitaus stärker ist, kann der ROM-Prozess bei schrägem Einfall und p-Polarisation stets effizienter angeregt werden.

**Ponderomotive Kraft durch inhomogene Laserfelder:** Die bisherige Betrachtung der Wechselwirkung eines relativistischen Laserfeldes mit einem Elektron hat sich auf räumlich und zeitlich konstante Felder beschränkt. Die experimentell verfügbaren Laserpulse besitzen nach dem vorangegangenen Abschnitt 2.1 allerdings eine räumliche und eine zeitliche Einhüllende. Der Einfluss einer Einhüllenden auf die Trajektorie des Elektrons lässt sich mit der ponderomotiven Kraft  $\vec{F}_p$  beschreiben, die der Darstellung von *P. Gibbon* folgend kurz hergeleitet wird [89]: Man betrachte aus Gründen der Einfachheit zunächst nur die transversale Inhomogenität des Laserfeldes in Richtung  $\vec{e}_y$  und entwickle das Feld in eine Taylor-Reihe

$$E_y(\vec{r}) \simeq E_0(y) \cos(\omega_L t - kx) + y \frac{\partial E_0(y)}{\partial y} \cos(\omega_L t - kx) + \dots$$

Bei nichtrelativistischer Behandlung gilt für die Oszillationsbewegung des Elektrons in erster Ordnung

$$v_y^{(1)} = -v_{\text{osc}} \sin(\omega_L t - kx) \quad \text{und} \quad y^{(1)} = \frac{v_{\text{osc}}}{\omega_L} \cos(\omega_L t - kx)$$

mit  $v_{\text{osc}} = \frac{eE_0}{m_e\omega_L}$ . Setzt man dies in die nichtrelativistische Bewegungsgleichung  $\frac{\partial v_y}{\partial t} = -\frac{e}{m_e} E_y(\vec{r})$  ein, so ergibt sich

$$\frac{\partial v_y^{(2)}}{\partial t} = -\frac{e^2 E_0}{m_e^2 \omega_L^2} \frac{\partial E_0(y)}{\partial y} \cos^2(\omega_L t - kx). \quad (2.13)$$

Durch die Mittelung über eine Laserperiode erhält man die *ponderomotive Kraft*

$$F_p^{\text{NR}} = m_e \left\langle \frac{\partial v_y^{(2)}}{\partial t} \right\rangle = -\frac{e^2}{4m_e\omega_L^2} \frac{\partial E_0^2}{\partial y} \quad \text{bzw.} \quad \vec{F}_p^{\text{NR}} = -\frac{e^2}{4m_e\omega^2} \nabla E_0^2. \quad (2.14)$$

Die ponderomotive Kraft hat somit zur Folge, dass Elektronen aus Gebieten hoher Intensität „herausgedrückt“ werden. Als Maß dafür, wie viel Energie ein Elektron durch die

Oszillation im Laserfeld aufnehmen kann, dient das dazugehörige *ponderomotive Potential*

$$\Phi_p^{\text{NR}} = - \int \vec{F}_p^{\text{NR}} d\vec{r} = \frac{e^2}{4m_e\omega^2} E_0^2 = \frac{a_0^2}{4} m_e c^2. \quad (2.15)$$

Für relativistische Intensitäten lässt sich die ponderomotive Kraft mit einer aufwendigeren Rechnung mit dem Lagrange-Formalismus berechnen [90, 91]. Es ergibt sich allerdings ein sehr ähnlicher Ausdruck

$$\vec{F}_p^{\text{R}} = -m_e c^2 \nabla \bar{\gamma} = -\frac{e^2}{4m_e\omega^2 \bar{\gamma}} \nabla (E_0^2(x)), \quad (2.16)$$

der sich nur durch den zeitlich gemittelten, relativistischen  $\gamma$ -Faktor

$$\bar{\gamma} = \sqrt{1 + p_{\text{slow}}^2/m_e^2 c^2 + a_0^2/2} \approx \sqrt{1 + a_0^2/2} \quad (2.17)$$

von der nichtrelativistischen Gleichung 2.14 unterscheidet. Hierbei ist  $p_{\text{slow}}^2/m_e^2 c^2$  die Komponente der langsam veränderlichen, zeitlichen Einhüllenden [89]. Das korrespondierende ponderomotive Potential ergibt sich zu  $\Phi_p^{\text{R}} = (\gamma - 1)m_e c^2 = 511 \text{ keV} \cdot (\sqrt{1 + a_0^2} - 1)$ .

## 2.3 Zeitlicher Kontrast von Laserpulsen

Der zeitliche Intensitätsverlauf  $I(t)$  der Laserpulse wird mit dem Pulskontrast

$$K = \frac{I_{\text{max}}}{I(t)} \quad (2.18)$$

beschrieben. Dieser gibt das Verhältnis der Maximalintensität  $I_{\text{max}}$  zur Intensität  $I(t)$  zu einem Zeitpunkt  $t$  an. Der Pulskontrast des JETI-Lasersystems kann mit einem Pulskorrelator mit sehr hoher Dynamik gemessen werden und ist in Abb. 3 dargestellt.<sup>18</sup> Anhand dieser Kontrastmessung lassen sich nun unterschiedliche Vorpulsstrukturen identifizieren:

1. Eine konstante Intensität im Zeitbereich von etwa  $-1 \text{ ns}$  bis  $-5 \text{ ps}$  mit einer relativen Stärke von  $10^{-8} - 10^{-9}$  wird durch verstärkte, spontane Emission (*amplified spontaneous emission*, Abk.: ASE) im Lasermedium verursacht.
2. Vorpulse im Zeitbereich von  $-200 \text{ ps}$  bis  $-5 \text{ ps}$  besitzen hingegen eine Pulsdauer im Bereich von einigen  $10 \text{ fs} - 100 \text{ fs}$  und entstehen meist durch Reflexionen an den Oberflächen der Optiken im Lasersystem.

<sup>18</sup>Am JETI-Lasersystem wird der Pulskorrelator „Sequoia“ (Amplitude Technologies, Frankreich) eingesetzt, der den Laserpuls mit einem zweiten, frequenzverdoppelten Replikat abtastet. Die mathematische Beschreibung dieser Methode entspricht einer Kreuzkorrelation, mit der sich Vor- und Nachpulsintensität eindeutig voneinander unterscheiden lassen. Details dieser Messungen sind z. B. in Ref. [7, 92] zu finden.

3. Der Anstieg der Intensität im Bereich weniger Pikosekunden vor dem Hauptpuls kann durch eine nicht perfekt korrigierte, spektrale Phase bei der Kompression erklärt werden [92].

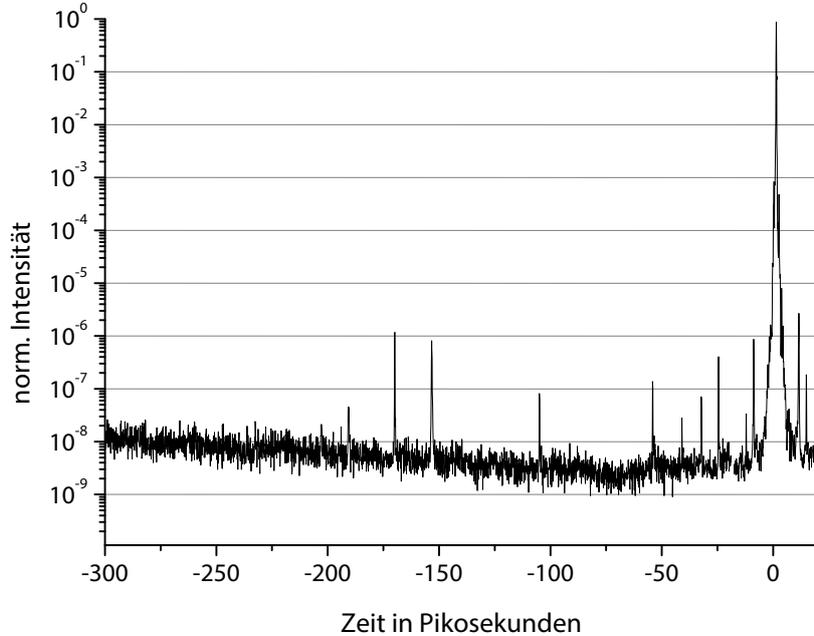


Abbildung 3: **Messung des zeitlichen Intensitätsverlaufs der JETI-Laserpulse mit einem THG-Pulskorrelator:** Vorpulse mit einer relativen Intensität von bis zu  $10^{-6}$  sind für den Zeitraum von -200 ps bis -10 ps zu erkennen. Das konstante Intensitätsniveau von  $10^{-8}$  wird durch verstärkte, spontane Emission hervorgerufen.

Der Kontrast des JETI-Lasersystems reicht im Allgemeinen *nicht* für eine stabile Erzeugung von Oberflächenharmonischen aus (s. Abschnitt 4) und wird im Folgenden als *niedriger Pulscontrast* bezeichnet. Für eine zuverlässige Erzeugung der Oberflächenharmonischen muss der Pulscontrast demzufolge verbessert werden. Als Maß für die Kontrastverbesserung wird dabei das Verhältnis  $\Delta K = K_{\text{Filter}}/K$  eingeführt, d. h. der Kontrast des gefilterten Laserpulses wird mit dem Kontrast des Ausgangspulses für einen betrachteten Zeitpunkt  $t$  verglichen. Ein Prozess, welcher den Kontrast in Abhängigkeit von der Intensität verbessert, kann durch eine Funktion  $f(I(t))$  beschrieben werden, sodass sich  $\Delta K$  mit

$$\Delta K = \frac{K_{\text{Filter}}}{K} = \frac{I(t)}{I_{\text{Filter}}(t)} \cdot \frac{I_{\text{Filter}}(t_{\text{max}})}{I(t_{\text{max}})} = \underbrace{\frac{I(t)}{f(I(t))}}_{:=A_{I\downarrow}} \cdot \underbrace{\frac{f(I(t_{\text{max}}))}{I(t_{\text{max}})}}_{:=A_{I\uparrow}} \quad (2.19)$$

berechnen lässt. Hierbei ist  $t_{\text{max}}$  die Zeit, bei der die maximale Intensität des Laserpulses erreicht wird. Aus Gl. 2.19 wird deutlich, dass man mit einer linearen Funktion  $f(I(t)) = k_1 \cdot I(t)$  keine Kontrastverbesserung erreichen kann.

Man betrachte nun einen nichtlinearen Prozess  $k$ -ter Ordnung, d. h.  $f(I(t)) = k_n \cdot I^n(t)$ . Bei niedrigen Intensitäten ist die gefilterte Intensität  $I_{\text{Filter}} = f(I(t))$  sehr gering und somit wird der Term  $A_{I\downarrow}$  groß. Zum Zeitpunkt höchster Intensitäten  $t_{\text{max}}$  sind nichtlineare Prozesse allerdings typischerweise in einem Bereich der Sättigung und es gilt idealerweise  $I_{\text{Filter}}(t_{\text{max}}) = I(t_{\text{max}})$  und  $A_{I\uparrow} = 1$ . Verwendet man einen nichtlinearen Prozess zweiter Ordnung  $k_2 I^2$ , so kann der gefilterte Kontrast im besten Fall dem quadrierten Pulscontrast des ungefilterten Pulses entsprechen.

### 2.3.1 Verbesserung des Pulscontrasts durch SHG

Die *Frequenzverdopplung* von Laserpulsen ist ein nichtlinearer Prozess zweiter Ordnung, der zur Kontrastverbesserung von intensiven Laserpulsen eingesetzt werden kann [5, 64, 93]. Die zweite Harmonische wird dazu in einem nichtlinearen Kristall, z. B. KDP (Kaliumdihydrogenphosphat) oder BBO (Beta-Bariumborat), effizient erzeugt. Im Bereich sogenannter schwacher Konversion<sup>19</sup> ist die Intensität der zweiten Harmonischen

$$I_{2\omega} \propto I_{\omega}^2 \quad (2.20)$$

proportional zur zweiten Potenz der Intensität der Fundamentalwellen  $I_{\omega}$  [94], d. h. es gilt  $A_{I\downarrow} \propto I_{\omega}^2$ . Bei hohen Intensitäten der Fundamentalstrahlung  $I_{\omega} \gtrsim 10^{11} \text{ W/cm}^2$  ist man hingegen im Regime der starken Konversion [94] und die Erzeugung der zweiten Harmonischen erreicht eine Sättigung.

Der Pulscontrast der zweiten Harmonischen kann lediglich mit Gl. 2.19 berechnet werden, da für 400-nm-Pulse keine geeignete Diagnostik zur Messung des Pulscontrasts zur Verfügung steht. Zu diesem Zweck wurde die Konversionseffizienz  $f(I)$  des verwendeten KDP-Kristalls in Abhängigkeit von der Intensität gemessen. Es hat sich herausgestellt, dass die frequenzverdoppelten Pulse mit dem JETI-Laser bei optimierten Bedingungen mit einer maximalen Effizienz von  $\approx 20\%$  erzeugt werden können und für hohe Intensitäten eine Sättigung erreicht wird. Für niedrige Intensitäten besitzt die Frequenzverdopplung die erwartete quadratische Abhängigkeit [20, 85]. Der mit Gl. 2.19 berechnete Pulscontrast ist in Abb. 4 dargestellt und entspricht nahezu dem quadrierten Pulscontrast der Fundamentalwellen. Im Folgenden wird er als *sehr hoher Pulscontrast* bezeichnet. Die frequenzverdoppelten Pulse können mit der Repetitionsrate des Lasersystems von 10 Hz über einen langen Zeitraum erzeugt werden.

<sup>19</sup>Hierbei wird angenommen, dass die Intensität der Pumpwelle nicht verringert werden kann. Der quadratische Zusammenhang kann durch die Lösung der *Coupled Wave Equation* [94] bestimmt werden. Bei dieser Rechnung wird eine ideale Phasenanpassung  $\Delta k$  angenommen.

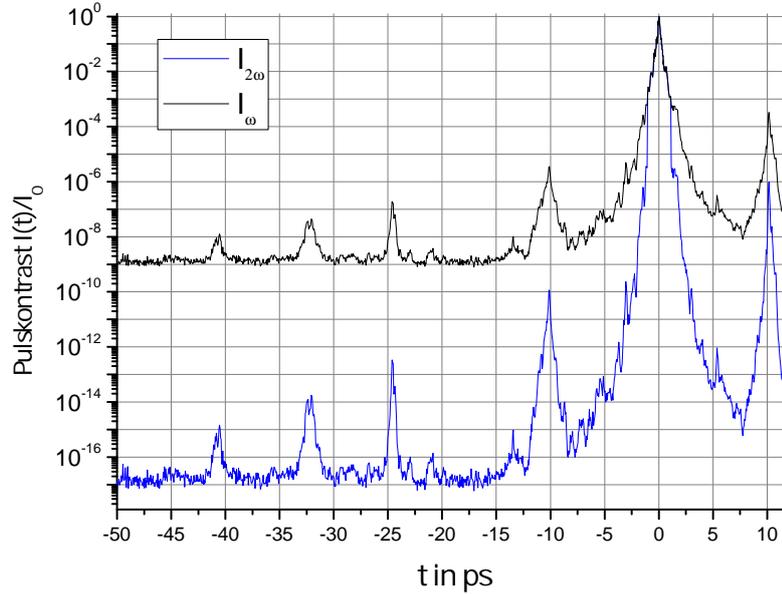


Abbildung 4: **Simulierter Pulscontrast der SHG-Pulse:** Der Kontrast der SHG-Pulse wurde mit der gemessenen Abhängigkeit der Eingangsintensität (s. Abb. 2 in Ref. [20]) und Gl. 2.19 berechnet.

### 2.3.2 Kontrastverbesserung durch Plasmaspiegel

Eine weit verbreitete Methode zur Verbesserung des Pulscontrasts von Hochintensitätslasern ist der sogenannte *Plasmaspiegel* [95, 96, 97, 98]. Der Laserpuls wird dabei auf eine transparente Oberfläche fokussiert, sodass sich die Intensität der Vorpulse unterhalb der Intensität befindet, bei der ein Plasma erzeugt wird. In diesem Bereich niedriger Intensität werden die Vorpulse lediglich mit  $R_{\text{Oberfläche}} = 1/A_{I\downarrow}$  von der transparenten Oberfläche reflektiert. Während der ansteigenden Flanke des Hauptpulses wird die Oberfläche jedoch bei höheren Intensitäten ionisiert und ein Plasma mit der Reflektivität  $A_{I\uparrow} = R_{\text{Plasma}}$  entsteht. Für Intensitäten von  $\lesssim 10^{16} \text{ W/cm}^2$  kann  $R_{\text{Plasma}}$  bis zu 70 – 90% betragen [7, 96, 98]. Der Übergang von einer transparenten Oberfläche zu einem reflektierenden Plasma ist ein nichtlinearer Prozess und führt zu einer Kontrastverbesserung  $\Delta K = A_{I\uparrow} \cdot A_{I\downarrow} = R_{\text{Plasma}}/R_{\text{Oberfläche}}$ .

Am JETI-Laser wurde ein Plasmaspiegelsystem installiert [7, 92], das flexibel zur Kontrastverbesserung eingesetzt werden kann. Dazu werden die kollimierten Laserpulse durch Umlenkspiegel in eine separate Vakuumkammer geführt, die in Abb. 40 schematisch dargestellt ist. Die Laserpulse werden bei diesem Aufbau zunächst mit einem Parabolspiegel fokussiert, sodass eine maximale Intensität von  $\lesssim 1 \cdot 10^{16} \text{ W/cm}^2$  auf einer Oberfläche erreicht wird [7]. Die Plasmaspiegeloberfläche besteht entweder aus Glas (Borosili-

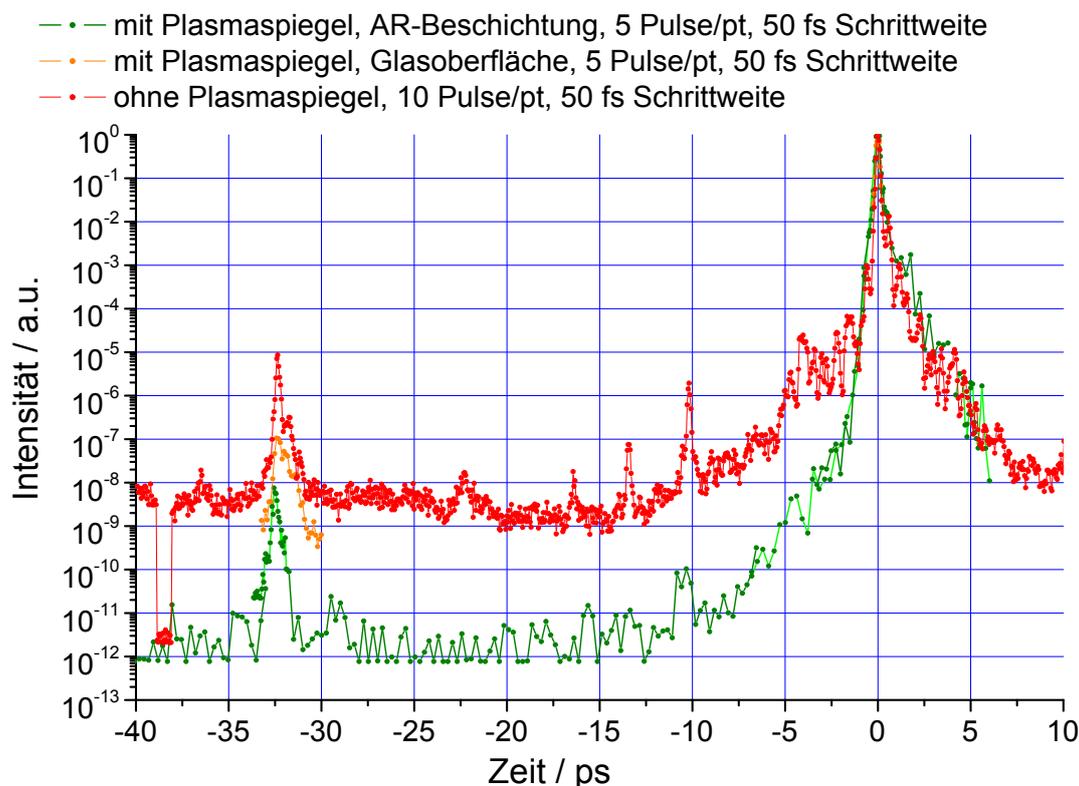


Abbildung 5: **Pulskontrast mit Plasmaspiegelsystem:** Die mit einer AR-Beschichtung versehene Oberfläche führt zu einer Kontrastverbesserung von 3 Größenordnungen (hoher Puls-  
kontrast). Dies lässt sich besonders gut an der verringerten Intensität des Vorpulses bei  $-32,5$  ps  
erkennen. Eine unbeschichtete Glasoberfläche (BK7) verbessert den Puls-  
kontrast dagegen lediglich um 2 Größenordnungen (mittlerer Puls-  
kontrast).

katglas, BK7) mit  $R_{\text{Oberfläche}}^{\text{Glas}} \simeq 4\%$  oder aus einer Antireflex-Schicht (Abk.: AR-Schicht)  
mit  $R_{\text{Oberfläche}}^{\text{AR}} \lesssim 0,1\%$ . Die vom Plasma reflektierten und hinsichtlich des Kontrasts ver-  
besserten Laserpulse werden mit einem weiteren Parabolspiegel kollimiert und in einem  
evakuierten Strahlrohr zum Experiment geführt, in dem die Erzeugung der Oberflächen-  
harmonischen stattfindet.

Man beachte, dass die Oberfläche des Plasmaspiegels bei jedem Laserpuls zerstört wird  
und für jeden nachfolgenden Laserpuls eine neue, unbeschädigte Oberfläche zur Verfüg-  
ung stehen muss.<sup>20</sup> Der Kontrast der vom Plasmaspiegel gefilterten Laserpulse wurde mit dem  
Pulskorrelator vermessen und ist in Abb. 5 dargestellt. Es ergeben sich mit dem Plasma-  
spiegelaufbau zwei Kontrastoptionen:

<sup>20</sup>Die Oberfläche kann in zwei Richtungen mit Linearverstellern bewegt werden, sodass das Plasmaspie-  
gelsystem mit einem optisch polierten Glassubstrat (10 x 10 cm) für etwa tausend Laserpulse ökonomisch  
betrieben werden kann. Für eine Zeile, d.h. für etwa 50 Laserpulse, lässt sich das Plasmaspiegelsystem  
mit einer Repetitionsrate von 10 Hz betreiben [7]. Die Plasmaspiegeloberfläche befindet sich in einer klei-  
nen separaten Vakuumkammer, die schnell belüftet und evakuiert werden kann, was einen Wechsel des  
Glassubstrats innerhalb weniger Minuten ermöglicht [99].

- Mit der AR-beschichteten Oberfläche kann der Pulscontrast um einen Faktor Tausend verbessert werden. Dieser Pulscontrast wird im Folgenden als *hoher Pulscontrast* bezeichnet.
- Die Contrastverbesserung mit einer Glasoberfläche aus BK7 beträgt etwa 2 Größenordnungen. Der resultierende Contrast wird als *mittlerer Pulscontrast* bezeichnet.

	$1\omega$ -Pulse	$2\omega$ -Pulse
Pulsdauer	27 fs	45 fs
$E$ in $A_{\text{FWHM}}$	$\approx 100$ mJ	$\approx 20$ mJ
Intensität $I_{\text{FWHM}}$	$3 \cdot 10^{19}$ W/cm <sup>2</sup>	$2 \cdot 10^{19}$ W/cm <sup>2</sup>
normiertes Vektorpotential	$a_0 \simeq 4$	$a_0 \simeq 2$
Vorpulscontrast bei 170 ps	$10^6$ (niedriger Contrast)	$10^{10}$ (sehr hoher Contrast)
mittlerer Pulscontrast	$10^8$ mit BK7 PM	
hoher Pulscontrast	$10^9$ mit AR PM	

Tabelle 1: **Übersicht über die möglichen Laserparameter:** Zur Verbesserung des Pulscontrasts stehen im Experiment sowohl der Plasmaspiegelaufbau als auch die frequenzverdoppelten Pulse zur Verfügung. Je nach den gegebenen experimentellen Anforderungen kann dabei ein niedriger bis sehr hoher Pulscontrast verwendet werden. Sowohl mit dem Plasmaspiegel als auch mit den SHG-Pulsen lassen sich moderat relativistische Intensitäten erreichen.

## 2.4 Erzeugung von dichten Plasmen durch intensive Laserpulse

**Ionisation durch intensive Laserpulse:** Im vorigen Abschnitt wurde gezeigt, dass sich mit dem JETI-Lasersystem Spitzenintensitäten von  $\lesssim 10^{20}$  W/cm<sup>2</sup> realisieren lassen. Dies entspricht einer maximalen Feldstärke  $9 \cdot 10^{12}$  V/m, welche die Feldstärke bei weitem übersteigt, mit der Valenzelektronen an den Kern gebunden sind. Man betrachte dazu die Superposition des Coulomb-Potentials mit dem Potential des oszillierenden Laserfeldes, sodass ein elektrisches Potential

$$\phi(x, t) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 y} - eyE(t) \quad (2.21)$$

resultiert.  $\vec{e}_y$  entspricht der Richtung der Laserpolarisation. Für intensive Laserfelder kann das Potential des Kerns mit der Ladungszahl  $Z$  derart verformt werden, dass sich die resultierende Potentialbarriere unterhalb der Ionisationsenergie  $E_{\text{ion}}$  befindet und das Atom ionisiert wird (*barrier suppression ionization*, Abk.: BSI). Für diesen Fall kann eine Intensität mit  $I_{\text{BSI}} = 4 \cdot 10^9 \text{ W/cm}^2 \cdot (E_{\text{ion}}[\text{eV}]/\text{eV})^4/Z^2$  für unterschiedliche Kernladungszahlen  $Z$  berechnet werden. Für die Ionisation von  $\text{O}^{6+}$  beträgt die Intensität für BSI beispielsweise  $4 \cdot 10^{16}$  W/cm<sup>2</sup> [89].

Zur Erzeugung der Oberflächenharmonischen werden Glas- oder Plastikoberflächen verwendet. Infolge der niedrigen Kernladungszahl der Atome des Oberflächenmaterials sind die Bindungsenergien der kernnahen Elektronen relativ gering. Beim Erreichen der Maximalintensität  $I_{\max} \approx 10^{19} \text{ W/cm}^2$  ist somit eine Festkörperoberfläche aus Quarzglas ( $\text{SiO}_2$ ) oder Plastik (genauer Photoresist AZ1505), welche überwiegend aus Kohlenstoff bzw. Wasserstoff besteht, fast vollständig ionisiert.

Man muss allerdings berücksichtigen, dass die Ionisation bereits lange vor dem Erreichen der Spitzenintensität einsetzt. Nach Abb. 3 besitzen bereits Vorpulse Intensitäten im Bereich von  $10^{11} - 10^{13} \text{ W/cm}^2$ . In diesem Bereich ist die für BSI notwendige Intensität zwar noch nicht erreicht, dennoch kann für  $I \ll I_{\text{BSI}}$  bereits massive Ionisation einsetzen: Zum einen können Valenzelektronen durch die entstandene Potentialbarriere „tunneln“ (Tunnelionisation, Abk.: TI) und zum anderen tritt bei noch geringeren Intensitäten die Absorption mehrerer Photonen auf (Multi-Photonen-Ionisation, Abk.: MPI). Mit dem *Keldysh-Parameter* [100]

$$\gamma_K = \omega_L \sqrt{\frac{2E_{\text{ion}}}{I_L}} \propto \sqrt{\frac{E_{\text{ion}}}{\Phi_{\text{pond}}}} \quad (2.22)$$

lässt sich bestimmen, bei welcher Intensität MPI ( $\gamma_K > 1$ ) oder TI ( $\gamma_K < 1$ ) überwiegt. Man beachte, dass für transparente dielektrische Medien die Bandlücke  $E_{\text{gap}}$  der Ionisationsenergie  $E_{\text{ion}}$  entspricht, da Elektronen erst nach deren Überwindung frei sind [101].

Infolge von Stoßionisation können die freien Elektronen weiterhin Energie des Lasers absorbieren und das Oberflächenmaterial ionisieren [102, 103]. Innerhalb kürzester Zeit findet somit eine Kaskade von Stoßionisationsprozessen statt, weshalb dieser Prozess auch als lawinenartige Ionisation (*avalanche ionization*, Abk.: AI) [104] bezeichnet wird. Bei der Berücksichtigung von MPI und AI wird die Elektronendichte  $n_e$  somit durch die Differentialgleichung

$$\frac{dn_e}{dt} = \underbrace{\sigma_k I^k}_{\text{MPI}} + \underbrace{\alpha I \cdot n_e}_{\text{AI}} \quad (2.23)$$

beschrieben [102, 105], wobei  $\sigma_k$  der zum k-Photonenprozess zugehörige Koeffizient und  $\alpha$  der Koeffizient für AI ist. An der Lösung von Gl. 2.23 ohne MPI,  $n(t) = n_{e,0} e^{\alpha I t}$  wird deutlich, dass für AI zunächst eine Elektronendichte  $n_{e,0}$  vorhanden sein muss, die z. B. durch MPI bzw. TI hervorgerufen wurde. Der exponentielle Zusammenhang führt außerdem dazu, dass die lawinenartige Ionisation erst nach einer gewissen Zeit gegenüber der Photoionisation überwiegt. Dies ist im Allgemeinen nach  $\gtrsim 100 \text{ fs}$  bzw. bei einer niedrigen Bandlücke  $E_{\text{gap}}$  der Fall [106].

Für den in Abb. 5 dargestellten Pulskontrast der JETI-Laserpulse wirken bis etwa 1 ps vor dem Erreichen der Maximalintensität Intensitäten im Bereich von  $10^{10} - 10^{16} \text{ W/cm}^2$ . Bei den Experimenten zur Erzeugung der Oberflächenharmonischen wird das Oberflächen-

material in diesem Zeitbereich durch eine Kombination von Tunnelionisation, Multiphotonenionisation und lawinenartiger Ionisation in den Plasmazustand versetzt.

Für die Beschreibung des Ionisationszustands des vom Laserpuls erzeugten Plasmas beschränkt man sich oft auf den mittleren Ionisationsgrad  $\tilde{Z}$ . Bei der Wechselwirkung eines intensiven Laserpulses mit einer Oberfläche liegt dabei der höchste, mittlere Ionisationsgrad an der Plasmaoberfläche vor, wo die höchsten Feldstärken des Lasers vorhanden sind [107].

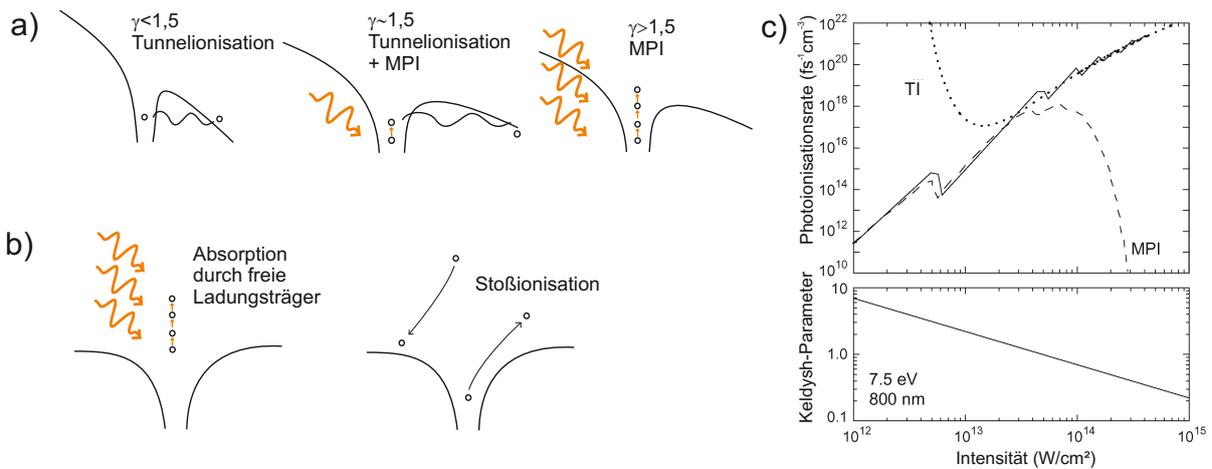


Abbildung 6: **Schematische Darstellung der Photoionisation und deren Rate bei unterschiedlichem Keldysh-Parameter  $\gamma_K$  (adaptiert aus Ref. [102]):** a) Abhängigkeit der Photoionisation bei unterschiedlichem Keldysh-Parameter, b) schematische Darstellung der lawinenartigen Ionisation, c) Rate der Photoionisation und der Keldysh-Parameter  $\gamma_K$  als Funktion der Intensität für 800 nm und für Quarzglas. Die durchgezogene Linie verdeutlicht die Photoionisationsrate nach der Keldysh-Theorie. Dabei entspricht die gestrichelte Linie dem Anteil der Multiphotonenionisation und die gepunktete Linie dem Anteil der Tunnelionisation [102]

**Zerstörschwellen von Oberflächen:** Nachdem das Plasma erzeugt wurde, geben die freien, aufgeheizten Elektronen ihre kinetische Energie über einen längeren Zeitraum an die Ionen ab. Dies resultiert in einem Anstieg der Iontemperatur und in einer Ausdehnung des Plasmas. Nach einer gewissen Zeit kommt es außerdem zu einer Ablösung von Oberflächenmaterial (Ablation) [105]. Es entstehen Krater und Risse an der Oberfläche, die bei einer Pulsenergie von 100 – 500 mJ typischerweise eine laterale Ausdehnung von 0,1 – 1 mm [92] besitzen. Bei den Experimenten zur Erzeugung der ROM-Harmonischen ist die Oberfläche somit nach jedem Laserpuls zerstört. Die Oberfläche muss deshalb bewegt werden, sodass der nachfolgende Laserpuls auf eine unzerstörte Oberfläche mit optischer Qualität trifft. Im Folgenden wird die Oberfläche, auf die der Laserpuls fokussiert wird, auch als *Target* bezeichnet.

Die Zerstörschwelle unterschiedlicher Materialien variiert über mehrere Größenordnungen. So werden dünne Metallfilme bereits bei  $\approx 10^{12} \text{ W/cm}^2$  beschädigt [108], während Dielektrika Zerstörschwellen im Bereich  $\gtrsim 10^{13} \text{ W/cm}^2$  besitzen können [106]. Soll die Oberfläche in den Experimenten zur Erzeugung der Oberflächenharmonischen erst bei möglichst hohen Intensitäten ionisiert werden, so ist ein dielektrisches Material mit einer großen Bandlücke, z.B. Quarzglas oder Kalziumfluorid, vorteilhaft. Bei den Experimenten zu Oberflächenharmonischen, welche eine relativ kurze Plasmaskalenlänge für eine effiziente Erzeugung erfordern, wird üblicherweise Quarzglas verwendet. Die Zerstörschwelle der verwendeten Quarzglas- bzw. Plastik-Oberflächen beträgt einige  $10^{13} \text{ W/cm}^2$  und ist in Tab. 2 dargestellt.

Material	Bandlücke	Zerstörschwelle
Quarzglas	8,3 eV	$\simeq 6 \cdot 10^{13} \text{ W/cm}^2$
Plastik (Photoresist AZ1505)	$\approx 4 \text{ eV}$	$\simeq 2 \cdot 10^{13} \text{ W/cm}^2$

Tabelle 2: **Zerstörschwelle der verwendeten Oberflächenmaterialien:** Die Zerstörschwellen wurden mit einem Femtosekundenlasersystem (30 fs, 1 mJ, 4 kHz) gemessen. Die Bandlücke und Zerstörschwelle der Plastikoberfläche entspricht in etwa dem Wert von Barium-Aluminium-Borosilikat (BBS) [106].

## 2.5 Optische Eigenschaften von Plasmen

**Brechzahl und Reflektivität von Plasmen:** Die optischen Eigenschaften von Plasmen können mit dem *Drude-Modell* berechnet werden. Man betrachte dazu ein Plasma als eine Elektronenwolke vor einem gleichförmigen Untergrund positiv geladener Ionen. Die Auslenkung  $s$  eines Elektrons durch ein äußeres elektromagnetisches Feld kann durch die Differentialgleichung eines gedämpften, getriebenen Oszillators  $\ddot{\vec{s}} + \nu_s \dot{\vec{s}} = -\frac{e}{m_e} \vec{E}$  beschrieben werden [109]. Die Frequenz  $\nu_{ei}$  beschreibt hierbei die Stöße von Elektronen mit Ionen und ist ein Maß für die Dämpfung des Oszillators. Die Geschwindigkeit  $\dot{\vec{s}}$  definiert des Weiteren die Stromdichte  $\vec{j} = -n_e e \dot{\vec{s}}$ , sodass sich die Differentialgleichung

$$\dot{\vec{j}} + \nu_{ei} \vec{j} = \frac{n_e e^2}{m_e} \vec{E} = \varepsilon_0 \omega_P^2 \vec{E} \quad (2.24)$$

ergibt. Die hier eingeführte Plasmafrequenz der Elektronen<sup>21</sup>

$$\omega_P = \sqrt{\frac{n_e e^2}{\varepsilon_0 m_e}} \quad (2.25)$$

<sup>21</sup>Analog dazu kann auch eine Plasmafrequenz der Ionen  $\omega_P^i$  eingeführt werden. Diese ist für diese Arbeit jedoch nicht von Relevanz. Im Folgenden wird die Bezeichnung Plasmafrequenz ausschließlich für die der Elektronen verwendet.

besitzt dabei eine einfache physikalische Interpretation: Sie stellt die Resonanzfrequenz von Elektronen mit der Dichte  $n_e$  dar, welche um die unbeweglichen Ionen mit der gleichen Ladungsdichte oszillieren [110]. Eine Fourier-Transformation von Gl. 2.24 führt zur algebraischen Gleichung  $-i\omega\vec{j}(\omega) + \nu_{ei}\vec{j}(\omega) = \frac{n_e e^2}{m_e} \vec{E}(\omega) = \varepsilon_0 \omega_P^2 \vec{E}(\omega)$ , die zu

$$\vec{j}(\omega) = \frac{\varepsilon_0 \omega_P^2}{\nu_{ei} - i\omega} \vec{E}(\omega) = \sigma(\omega) \vec{E}(\omega) \quad (2.26)$$

umgestellt werden kann. Hierbei ist  $\sigma(\omega)$  die elektrische Leitfähigkeit des Plasmas und definiert mit den Maxwell- bzw. den Materialgleichungen die komplexe, dielektrische Funktion [111]

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \chi(\omega) + \frac{i}{\omega \varepsilon_0} \sigma(\omega) = n_{\text{diel}}^2 - \frac{e^2 n_e}{\varepsilon_0 m_e (\omega^2 - i\nu_{ei}\omega)} = 1 - \frac{\omega_P^2}{\omega^2 + i\nu_{ei}\omega}. \quad (2.27)$$

Unter der Annahme großer Frequenzen und stoßfreier Plasmen, d.h.  $\omega > \nu_{ei}$  und  $\nu_{ei} \rightarrow 0$ ,<sup>22</sup> wird  $\varepsilon(\omega)$  reell. Der Brechungsindex des Plasmas

$$n_B(\omega) = \sqrt{\varepsilon} = \sqrt{1 - \frac{\omega_P^2}{\omega^2}} \quad (2.28)$$

ist dann ausschließlich von der Plasmafrequenz bzw. der Elektronendichte abhängig. Plasmen lassen sich somit in zwei Kategorien aufteilen: Wenn die Frequenz  $\omega$  der elektromagnetischen Welle niedriger als die Plasmafrequenz  $\omega_P$  ist, wird der Brechungsindex  $n_B$  imaginär und die Welle wird reflektiert bzw. teilweise absorbiert. Ist die Plasmafrequenz dagegen größer als die Frequenz des Lichts, so ergibt sich eine reelle Brechzahl und das Licht kann sich im Plasma ausbreiten. Aus diesem Grund unterscheidet man *unter-* und *überkritische* Plasmen, je nachdem, ob sich Licht der Frequenz  $\omega$  ausbreiten kann oder nicht. Für eine Wellenlänge  $\lambda = 800$  nm, die der mittleren Wellenlänge der JETI-Laserpulse entspricht, ist die dazugehörige *kritische Elektronendichte*

$$n_c = \frac{\varepsilon_0 m_e \omega_L^2}{e^2} = 1,7 \cdot 10^{21} \text{ cm}^{-3}. \quad (2.29)$$

Die Elektronendichte der Plasmaoberfläche, die infolge der Ionisation mit den höchsten Intensitäten verursacht wird, kann mit

$$n_e^{\text{max}} = \rho \frac{\tilde{Z} N_A}{A} \quad (2.30)$$

<sup>22</sup>Ab einer Intensität  $I \geq 10^{17} \text{ W/cm}^2$  besitzen laserproduzierte Plasma eine hohe Elektronentemperatur und können als stoßfrei angenommen werden [89]. Siehe dazu Abschnitt 2.6.1

aus der Dichte  $\rho$  des Materials bestimmt werden. Hierbei ist  $N_A$  die Avogadro-Konstante und  $A$  die atomare Massenzahl. Damit ergibt sich für Quarzglas bei vollständiger Ionisation eine Elektronendichte  $n_e^{\max} = 6,6 \cdot 10^{23} \text{ cm}^{-3}$ , was einer Elektronendichte  $n_e^{\text{SiO}_2} \simeq 380 n_c$  bzw. einer Plasmafrequenz  $\omega_P \simeq 19\omega_L$  in Einheiten von  $n_c$  bzw.  $\omega_L$  entspricht. Plasmen mit Festkörperdichte sind für optische Strahlung somit überkritisch und die maximale Plasmafrequenz  $\omega_P^{\max}$  einer Plasmaoberfläche kann durch

$$\frac{\omega_P^{\max}}{\omega_L} = \sqrt{\frac{n_e^{\max}}{n_c}} \quad (2.31)$$

berechnet werden. Bei Plasmen mit Festkörperdichte betragen die Plasmafrequenzen einige PHz und befinden sich im Spektralbereich des XUV. Eine Übersicht zu den Plasmafrequenzen, die mit den verwendeten Quarzglas- bzw. Plastikoberflächen erreicht werden, ist in Tab. 3 dargestellt.

Material	Dichte [g/cm <sup>3</sup> ]	Plasmafrequenz $\nu_P^{\max} = \omega_P^{\max}/2\pi$	$\omega_P^{\max}$ in $\omega_L$	$\omega_P^{\max}$ in $2\omega_L$
Quarzglas	2,2	7,125 PHz = 19 · 375 THz	$\omega_P \simeq 19\omega_L$	$\omega_P \simeq 9\omega_L$
Plastik	0,9 – 1,1	5,25 PHz = 14 · 375 THz	$\omega_P \simeq 14\omega_L$	$\omega_P \simeq 7\omega_L$

Tabelle 3: **Dichte und Plasmafrequenzen der verwendeten Materialien:** Die Elektronendichte kann mit Gl. 2.30 unter der Annahme vollständiger Ionisation abgeschätzt werden und führt zu einer maximalen Plasmafrequenz nach Gl. 2.25 an der Oberfläche.

**Relativistische Transparenz:** Mit dem JETI-Lasersystem können nach Abschnitt 2.1 Intensitäten erreicht werden, die einem normierten Vektorpotential  $a_0 \simeq 3,8$  entsprechen. An einer Plasmaoberfläche ergibt sich nach Gl. 2.17 ein mittlerer  $\gamma$ -Faktor  $\bar{\gamma} = 2,8$ , sodass die Masse der Elektronen um diesen Faktor erhöht wird. Dies wiederum führt zu einer Reduktion der Plasmafrequenz  $\omega_P^{\text{rel}} = \omega_P/\sqrt{\bar{\gamma}}$  und zu einer Änderung der optischen Eigenschaften. Die relativistische Massenzunahme bzw. die reduzierte Plasmafrequenz kann zur Konsequenz haben, dass das Plasma für  $n_e/\bar{\gamma} < n_c$  transparent wird. Es gibt nach Gl. 2.17 deshalb eine kritische Intensität  $a_0^{\text{sit}} \geq \sqrt{2}n_e/n_c$ , ab der das Plasma seinen reflektiven Charakter verliert. Von diesem Regime der sogenannten *relativistischen Transparenz* ist man allerdings bei den Dichten der Oberflächenplasmen (s. Tab. 3) und den erreichbaren mittleren  $\gamma$ -Faktoren weit entfernt.

Für den ROM-Prozess, der auf der Reflexion des Laserfeldes an einem überkritischen Plasma beruht, stellt die relativistische Transparenz die einzig bekannte Limitierung dar. Der Einfluss von relativistischer Transparenz auf die Erzeugung von Oberflächenharmonischen bei ultrarelativistischen Intensitäten wurde mit Hilfe von Simulationen vorhergesagt [112] – im Experiment allerdings noch nicht beobachtet. Für ultrarelativistische Intensi-

täten konnte die Veränderung der Reflexionseigenschaften eines überkritischen Plasmas durch relativistische Transparenz bereits experimentell nachgewiesen werden [113].

**Laserfeld an der Plasmaoberfläche:** Die Reflexion von Licht an einem Plasma mit Festkörperdichte kann mit Methoden der Metalloptik beschrieben werden [114]. Das Laserfeld, welches an der überkritischen Plasmastufe reflektiert wird, dringt durch die endliche Leitfähigkeit  $\sigma$  geringfügig in das Plasma ein. Der Abstand  $L_s$  von der Oberfläche, bis zu der die Amplitude der evaneszenten Welle auf einen Wert  $1/e$  gefallen ist, wird als *Skin-tiefe* bezeichnet und kann bei nichtrelativistischer Behandlung und Vernachlässigung von Stößen mit

$$L_s = \frac{c}{\omega_P} \left( 1 - \frac{\omega_L^2}{\omega_P^2} \cos^2 \theta \right)^{-\frac{1}{2}} \xrightarrow{\omega_P \gg \omega_L} \frac{c}{\omega_P} \quad (2.32)$$

berechnet werden. Mit den in Tab. 3 dargestellten Plasmafrequenzen der verwendeten Materialien ergibt sich eine Skintiefe von einigen zehn Nanometern.

Für senkrechten Einfall des Lasers auf eine Plasmastufe ergibt sich ein stehendes Wellenfeld, das durch Lösen der Helmholtz-Gleichung  $\frac{d^2 E}{dx^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\omega, x) E = 0$  analytisch berechnet werden kann [115]. Die Feldstärke an der Plasmastufe beträgt  $E_{PS} = 2E_{FS} \frac{\omega_L}{\omega_P} \cos \theta$ , welche für hohe Dichten bzw. Plasmafrequenzen stark gegenüber der Feldstärke im freien Raum  $E_{FS}$  reduziert ist.

Bei ausgedehnten Plasmadichtegradienten ist die Beschreibung des Laserfelds in der Dichterampe hingegen komplexer. Für lineare Plasmadichtegradienten und große Plasmaskalenlängen  $kL_P \gg \lambda$  gibt es eine analytische Lösung  $E(\xi) = 2\sqrt{\pi} (\omega_L L_P / c)^{1/6} E_{FS} Ai(\xi)$  mit der Variablen  $\xi = (\omega_L^2 / c^2 L_P)^{1/3} (x - L_P)$  [115] und der Airy-Funktion  $Ai(\xi)$ , die durch  $Ai(\xi) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \cos(\zeta^3/3 + \xi\zeta) d\zeta$  definiert ist. Diese Lösung für lineare Plasmadichtegradienten erlaubt zwei wichtige Schlussfolgerungen:

1. Die Amplitude am Ort  $\xi = 1$  erreicht einen maximalen Wert  $E_{\max}$  und es gilt  $|E_{\max}/E_{FS}|^2 \simeq 3,6 (\omega_L L_P / c)^{1/3}$  [115]. Es zeigt sich, dass die maximale Feldamplitude  $E_{\max}$  innerhalb des ausgedehnten Plasmadichtegradienten sogar diejenige im freien Raum  $E_{FS}$  übersteigen kann.
2. Die Feldstärke an der kritischen Dichte beträgt  $|E_{\text{krit}}/E_{FS}|^2 \simeq 1,4 (\omega_L L_P / c)^{1/6}$  [115]. Die Abhängigkeit mit der sechsten Wurzel macht deutlich, dass bereits für sehr kleine Werte von  $L_P$  hohe Feldstärken an der kritischen Dichte erreicht werden können. Für eine Skalenlänge  $L_P \simeq 0,02 \lambda$  entspricht die Feldstärke an der kritischen Dichte  $E_{\text{krit}}$  bereits derjenigen im freien Raum  $E_{FS}$ .

Für exponentielle Plasmadichtegradienten kann die Helmholtz-Gleichung numerisch gelöst werden [12, 116]. Die Feldstärke an der kritischen Dichte  $|E_{\text{krit}}/E_{FS}|$  ist für lineare und exponentielle Dichtegradienten in Abhängigkeit von der Plasmaskalenlänge in Abb. 7

dargestellt. Auch bei exponentiellen Plasmadichteprofilen kann die Feldstärke an der kritischen Dichte diejenige im freien Raum übersteigen. Bei sehr geringen Plasmaskalenlängen  $L_P < \lambda/50$  wird die Feldstärke an der kritischen Dichte hingegen stark reduziert.

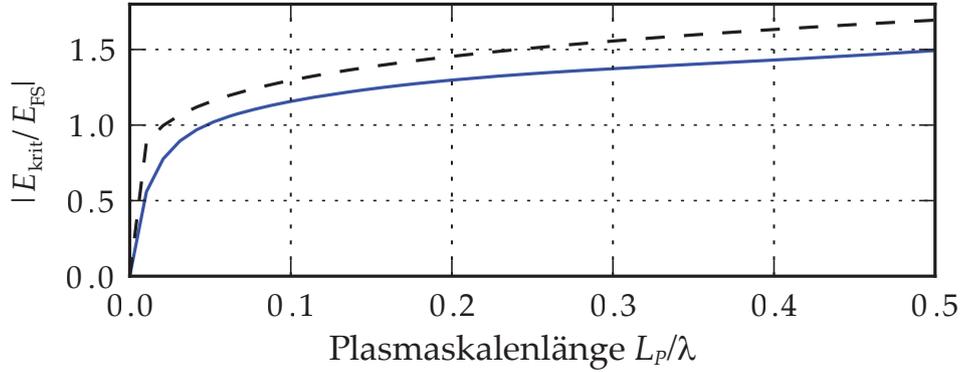


Abbildung 7: **Feldstärke an der kritischen Dichte für lineare und exponentielle Plasmadichtegradienten:** Der Feldverlauf einer stehenden Welle, die sich bei normalem Einfall bei der Reflexion an einem Plasmadichteprofil ergibt, kann durch Lösen der Helmholtz-Gleichung berechnet werden. Für lineare Plasmadichteprofile ergibt sich eine Abhängigkeit  $|E_{\text{krit}}/E_{\text{FS}}|^2 \simeq 1,4(\omega_L L_P/c)^{1/6}$  [115] (gestrichelte Kurve). Für exponentielle Plasmadichtegradienten wurde die Wellengleichung numerisch gelöst [12] (durchgezogene Kurve). Die Feldstärke an der kritischen Dichte übersteigt dabei bereits bei geringen Plasmaskalenlängen  $L_P \gtrsim 0,05 \lambda$  die Feldstärke im freien Raum  $E_{\text{FS}}$ .

## 2.6 Laserplasmaphysik an ausgedehnten Plasmadichteprofilen

Die Form und Ausdehnung der Plasmadichterampe während der relativistischen Wechselwirkung spielt für die Erzeugung der Oberflächenharmonischen eine zentrale Rolle. Die Plasmaskalenlänge kann im Experiment allerdings nur mit vergleichsweise hohem Aufwand, z. B. mit Hilfe von spektraler Interferometrie, bestimmt werden [117, 118]. Es ist deshalb oft notwendig, den Plasmadichtegradienten mit Hilfe von Laser-Plasma-Simulationen zu berechnen bzw. mit einfachen Modellen abzuschätzen. Diese Modelle bzw. Simulationen können allerdings kaum einen Anspruch auf Allgemeingültigkeit bzw. eine hohe Präzision der Vorhersagen besitzen, da von der Ionisation bei  $\lesssim 10^{13} \text{ W/cm}^2$  bis zur relativistischen Laser-Plasma-Wechselwirkung bei  $\gtrsim 10^{19} \text{ W/cm}^2$  ein riesiger Intensitätsbereich von sechs Größenordnungen durchschritten wird.

Zur Simulation des Vorplasmas wird in dieser Arbeit der hydrodynamische Code MULTI-FS verwendet [119]. Von *K. Eidmann et. al.* [120] konnte beispielsweise gezeigt werden, dass Simulationen mit MULTI-FS für einen großen Intensitätsbereich  $10^{12} - 10^{17} \text{ W/cm}^2$  realistische Plasmaparameter und -dichteprofile liefern. Experimentelle Resultate von unterschiedlichen physikalischen Prozessen, z. B. die Erzeugung von Neutronenstrahlung [121],

$K_\alpha$ -Strahlung [122], Protonenstrahlung [123], sind außerdem in guter quantitativer Übereinstimmung mit den Vorhersagen der Plasmaskalenlänge, die durch Simulationen mit MULTI-FS entstanden sind. Der Code wurde derart angepasst, dass der Kontrast der verwendeten Laserpulse (s. Abb. 3, 4 und 5) zur Simulation der Vorplasmabedingungen eingesetzt werden kann. Im Folgenden werden Teile der Plasmaphysik vorgestellt, die MULTI-FS zur Simulation der Plasmadichteprofile verwendet. Mit einem einfachen Modell lässt sich außerdem die Plasmaskalenlänge grob abschätzen.

**Mathematische Beschreibung von Plasmen:** Ein Plasma als Gesamtheit von Teilchen kann durch eine Verteilungsfunktion der Elektronen  $f_e(\vec{r}, \vec{p}, t)$  bzw. Ionen  $f_i(\vec{r}, \vec{p}, t)$  beschrieben werden. Die Impulsverteilung eines laserproduzierten Plasmas wird typischerweise durch eine Maxwell-Verteilung  $f_j(p) = \left(\frac{m}{2\pi k_B T_j}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_B T_j}\right)$  mit einer Temperatur  $T_j(t)$  beschrieben.<sup>23</sup> Die zeitliche Änderung der Dichtefunktion  $f_j$  kann z. B. berechnet werden, indem die Vlasov-Gleichung [124]

$$\frac{\partial f_j}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m\gamma} \cdot \frac{\partial f_j}{\partial \vec{r}} + \vec{F} \frac{\partial f_j}{\partial \vec{p}} = 0 \quad (2.33)$$

mit der äußeren Kraft  $\vec{F}$  und die Poissongleichung

$$\nabla^2 \phi = \frac{e}{\varepsilon_0} (n_e(x) - \tilde{Z} n_i(x)) \quad (2.34)$$

gelöst werden. Die Vlasov-Gleichung beschreibt das Plasma als ein Fluid von geladenen Teilchen, sodass wichtige Eigenschaften des Plasmas – insbesondere die Plasmaexpansion – berechnet werden können. Mit den ersten Momenten der Verteilungsfunktion, d. h. der mittleren Dichte  $n_j = \int f_j(\vec{x}, \vec{p}, t) d\vec{p}$  und dem mittleren Impuls  $\vec{p}_j = 1/n_j \cdot \int \vec{p} \cdot f_j(\vec{x}, \vec{p}, t) d\vec{p}$ , ergibt sich die Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \vec{x}_j} (n_j \vec{v}_j) = 0 \quad (2.35)$$

sowie die Bewegungsgleichung des Plasmas

$$n_j \left( \frac{\partial \vec{v}_j}{\partial t} + \vec{v}_j \frac{\partial \vec{v}_j}{\partial \vec{x}_j} \right) = n_j \frac{q_j}{m_j} \vec{F}_L - \frac{1}{m_j} \nabla P_j. \quad (2.36)$$

Hierbei ist  $P_j$  der Plasmadruck, der im Allgemeinen von einer komplexen Zustandsgleichung  $P_j(n_j, T_j)$  abhängt [115]. Die Zustandsgleichung ist hierbei unter Voraussetzung eines loka-

<sup>23</sup>Die Definition einer Temperatur ist streng genommen nur im stationären Gleichgewicht gerechtfertigt. Für relativistische Plasmen kann außerdem die Maxwell-Jüttner-Verteilung hergeleitet werden. Die Verwendung einer Maxwell-Verteilung liefert allerdings in den meisten Fällen zufriedenstellende Resultate.

len, thermischen Gleichgewichts (*local thermal equilibrium*, Abk.: LTE) gegeben und wird bei MULTI-FS mit dem Unterprogramm MPQeos [107] berechnet und in einer Tabelle abgelegt. Simulationen, die Nicht-LTE-Zustandsgleichungen berücksichtigen können, sind wesentlich aufwendiger und werden in dieser Arbeit nicht eingesetzt.

Der einfache Fall einer isothermen Expansion einer Plasmastufe  $n_j(x) = n_j^{\max}\Theta(x)$  kann aus der Vlasov-Gleichung allerdings auch analytisch behandelt werden: Unter der Annahme eines quasineutralen Plasmas ergibt sich aus Gl. 2.36 [89, 115] für die Ionen

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial x} = -c_{\text{is}}^2 \frac{1}{n_i} \frac{\partial n_i}{\partial x}. \quad (2.37)$$

Die Lösung ist eine exponentiell geformte Plasmadichterampe

$$n_i = n_i^{\max} e^{-\frac{x_i}{c_{\text{is}} t}}, \quad (2.38)$$

wobei die Plasmaskalenlänge durch

$$L_P = \frac{1}{n_i} \frac{\partial n_i}{\partial x} \quad (2.39)$$

definiert ist. Des Weiteren gilt  $v_i = c_{\text{is}} + x/t$  mit der Ionengeschwindigkeit  $c_{\text{is}}$  (*ion sound speed*), welche mit

$$c_{\text{is}} = \sqrt{\frac{\tilde{Z} k_B T_e}{m_i}} \approx 3,1 \cdot 10^5 \frac{m}{s} \sqrt{\frac{k_B T_e [\text{keV}]}{[\text{keV}]} \cdot \frac{\tilde{Z}}{A}} \quad (2.40)$$

abgeschätzt werden kann [89]. Wenn der Zeitpunkt der Plasmaentstehung  $t$  bekannt ist, kann somit die Plasmaskalenlänge mit  $L_P \simeq c_{\text{is}} t$  abgeschätzt werden (s. Abschnitt 2.6.2). Zur Berechnung von  $c_{\text{is}}$  ist allerdings die Kenntnis der Elektronentemperatur  $T_e$  notwendig.

### 2.6.1 Absorption von Laserstrahlung durch Kollisionen

Die Elektronentemperatur  $T_e$  des Plasmas wird vor allem durch die Absorption  $\eta_a$  von Laserenergie bestimmt, die wiederum von den Laser- und Plasmaparametern abhängig ist. Bei den Experimenten zur effizienten Erzeugung von Oberflächenharmonischen wird typischerweise schräger Einfall und p-Polarisation verwendet, sodass die elektrische Feldkomponente in der Einfallsebene des Lasers orientiert ist. Unter diesen Bedingungen kann die Absorption des Plasmas sehr effizient sein und selbst bei kurzen Plasmaskalenlängen Werte von einigen zehn Prozent annehmen. Das Plasma wird somit bereits bei niedrigen Intensitäten effizient geheizt, was zu Elektronentemperaturen führt, die eine schnelle Expansion der Plasmaoberfläche verursachen.

Bei Intensitäten  $I \leq 10^{17} \text{ W/cm}^2$  ist der für die Absorption von Laserstrahlung entscheidende Parameter die Stoßfrequenz  $\nu_{ei}$  von Elektronen und Ionen, welche bei höheren Temperaturen  $T_e \geq 100 \text{ eV}$  bzw. Intensitäten  $I > 10^{15} \text{ W/cm}^2$  mit der Formel von *Spitzer* [125, 126]

$$\nu_{ei} = \frac{4\sqrt{2\pi}}{3} \frac{N_i \tilde{Z}^2 e^4}{\sqrt{m_e k_B^3 T_e^3}} \ln \Lambda \simeq \frac{5 \cdot 10^{-11} n_e Z_i}{(T_e [\text{eV}])^{3/2}} \left( \frac{\ln \Lambda}{17} \right) \text{ s}^{-1} \quad (2.41)$$

berechnet werden kann. Hierbei ist  $\ln \Lambda$  der sogenannte Coulomb-Logarithmus, wobei  $\Lambda = \frac{b_{\max}}{b_{\min}}$  das Verhältnis des maximalen und minimalen Stoßparameters ist. Für klassische Plasmen<sup>24</sup> gilt näherungsweise  $\ln \Lambda \simeq \ln(\lambda_D \frac{k_B T_e}{Z e^2}) \gg 1$ . Die *Debye-Länge*  $\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T_e}{n_e e^2}}$  ist hierbei ein Plasmaparameter, welcher die charakteristische Abschirmlänge beschreibt, bei der das Potential einer lokalen, überschüssigen Ladung auf  $1/e$  abfällt.

Bei einer gegebenen Stoßfrequenz  $\nu_{ei}$  kommt es am Plasmagradienten bzw. innerhalb der Skintiefe (s. Gl. 2.32) zur Absorption  $\eta_{\text{skin}} = \frac{2\nu_{ei}}{\omega_P}$  für  $\nu_{ei} \ll \omega_L$  bzw.  $\frac{2\omega_L}{\omega_P} \sqrt{\frac{\nu_{ei}}{\omega_L}}$  für  $\nu_{ei} > \omega_L$  [89].<sup>25</sup> Die Absorption in der Skintiefe kann dabei einige zehn Prozent der Laserenergie betragen. Mit einem Modell von *W. Rozmus* und *V. Tikhonchuk* [127] kann die Elektronentemperatur, die infolge der Absorption von Laserstrahlung durch Stöße verursacht wird, mit

$$T_e = 119 \left( \frac{N[\text{cm}]}{10^{23} \text{ cm}^{-3}} \right)^{1/12} Z^{1/12} \left( \frac{I[\text{W/cm}^2]}{10^{15} \text{ W/cm}^2} \right)^{1/3} \left( \frac{\Delta t[\text{fs}]}{100 \text{ fs}} \right)^{1/6} \text{ eV} \quad (2.42)$$

näherungsweise bestimmt werden. Man beachte, dass die Stoßfrequenz  $\nu_{ei} \propto T_e^{-3/2}$  für hohe Temperaturen bzw. Intensitäten  $I > 10^{16} \text{ W/cm}^2$  sehr niedrig wird. Die Absorption von Laserenergie durch Kollisionen wird dann vernachlässigbar.

### 2.6.2 Berechnung der Plasmaskalenlängen für die experimentellen Laser- und Plasmaparameter

Die Plasmaskalenlängen, die mit JETI-Laserpulsen zu erwarten sind, können mit der Ionen­geschwindigkeit  $c_{is}$  nach Gl. 2.40 und der Temperatur  $T_e$  nach Gl. 2.42 zunächst grob abgeschätzt werden. Man betrachte dazu einen Vorpuls mit einer Intensität  $I = 10^{16} \text{ W/cm}^2$  und einer Pulsdauer  $\Delta t = 30 \text{ fs}$ , der 1 ps vor dem Erreichen der Maximalintensität ein Plasma mit einer Temperatur  $T_e \approx 600 \text{ eV}$  erzeugt. Mit Gl. 2.40 ergibt sich dann eine Ionen- bzw. Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c_{is} \simeq 1,5 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ , was zu einer Expansion des Plasmas bzw. zu einer Plasmaskalenlänge  $L_P \simeq \lambda/5$  beim Erreichen des Hauptpulses führt. Eine

<sup>24</sup>Bei klassischen Plasmen können die quantenmechanischen Eigenschaften der an den Festkörper gebundenen Elektronen vernachlässigt werden. Dies ist typischerweise ab einer Temperatur  $\gtrsim 100 \text{ eV}$  der Fall. Für Temperaturen  $T_e \lesssim 100 \text{ eV}$ , die während der Aufheizung des Plasmas durchlaufen werden, spricht man stattdessen von warmer, dichter Materie (Abk.: WDM), deren theoretische Beschreibung sehr komplex ist. MULTI-FS berücksichtigt das WDM-Regime und interpoliert  $\nu_{ei}(T_e)$  bei niedrigen Temperaturen.

<sup>25</sup>Dies ergibt sich direkt mit den Fresnel-Formeln für normalen Einfall und der von der Stoßfrequenz abhängigen dielektrischen Funktion nach Gl. 2.27 für die betrachteten Grenzfälle.

Abschätzung der Plasmaskalenlänge für den Pulskontrast in Abb. 3 mit einem Startzeitpunkt der Expansion durch den Vorpuls bei  $-170$  ps und  $T_e = 100$  eV ergibt stattdessen eine Skalenlänge von  $L_P \approx 13 \lambda$ .

**Simulation von Plasmadichterampen:** Für eine möglichst realistische Einschätzung der im Experiment vorhandenen Plasmaskalenlängen wurden Simulationen mit MULTI-FS [119] bei Verwendung der gemessenen Kontrastspuren durchgeführt.<sup>26</sup> Die Parameter der Simulationen sind:

- Berechnung des Laserfeldes durch die Maxwellgleichungen
- Berechnung der Absorption nach dem Drude-Sommerfeld-Modell (Erweiterung von Gl. 2.27)
- Berechnung von  $\nu_{ei}$  nach der Spitzer-Formel Gl. 2.41 für mittlere Intensitäten bzw. Interpolation beim Übergang von WDM zu heißen, idealen Plasmen [119, 128]
- Berechnung hochfrequenter thermischer Strahlung und Strahlungstransport (s. Ref. [110, 119])
- Eingabe der Zustandsgleichung von Quarzglas in Form einer Tabelle, in der sich der mittlere Ionisationsgrad  $\tilde{Z}$ , die Temperaturen  $T_e, T_i$ , Drücke  $P_e, P_i$  sowie deren Ableitungen in Bezug auf Dichte und Energie befinden

In Abb. 8 sind die berechneten Plasmadichteprofile für den jeweiligen Pulskontrast dargestellt, die mit MULTI-FS berechnet wurden. Man kann erkennen, dass sich die Plasmadichterampe bis zum Erreichen der relativistischen Intensität ausgedehnt hat und in etwa eine exponentielle bzw. doppelt exponentielle Form annimmt. An dieser Stelle muss betont werden, dass Plasmadichterampen im Allgemeinen besser durch eine doppelt exponentielle Dichteverteilung beschrieben werden. Dies hat vor allem zwei Ursachen:

1. Die Temperaturverteilung der Elektronen an der Plasmaoberfläche muss typischerweise mit zwei Elektronentemperaturen  $T_e^{\text{cold}}$  und  $T_e^{\text{hot}}$  beschrieben werden.
2. Die Plasmadichterampe kann durch den Strahlungsdruck des Lasers bei mittleren bis hohen Intensitäten  $10^{16} - 10^{19}$  W/cm<sup>2</sup> eingedrückt bzw. steiler werden [129] (s. Abschnitt 2.6.2). Dieser Effekt wird von MULTI-FS nicht korrekt behandelt.

---

<sup>26</sup>MULTI-FS löst die hydrodynamischen Grundgleichungen, z.B. Gl. 2.35, und die Wärmetransportgleichung in einer räumlichen Dimension. Das Plasma wird außerdem im Modell einer einzigen Flüssigkeit beschrieben, d.h. es tritt keine Ladungstrennung auf. Kollektive Prozesse, wie die Anregung von Plasmaswellen, sind in der hydrodynamischen Beschreibung somit nicht enthalten [107].

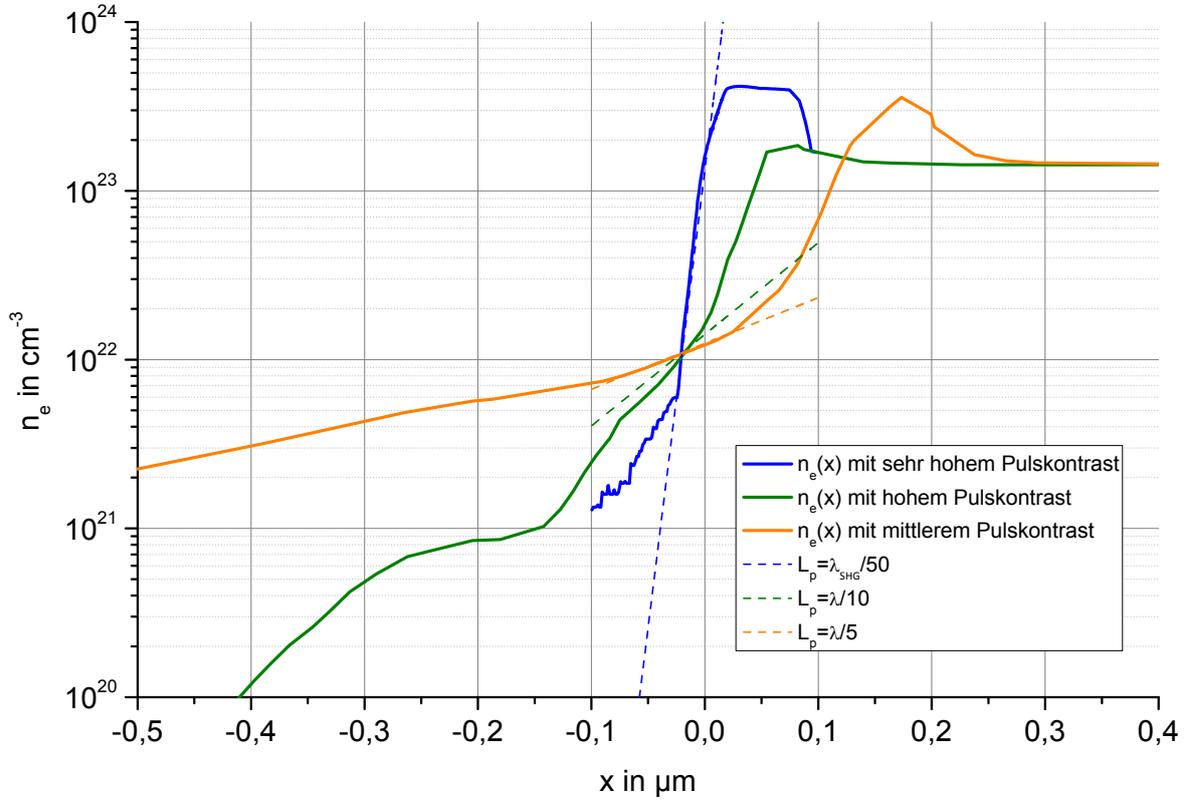


Abbildung 8: **Simulation der Plasmadichteterampe mit dem hydrodynamischen Code MULTI-FS:** Simulierte Elektronendichteprofile zum Zeitpunkt, wenn  $a_0 \geq 1$  erreicht wird. Mit dem sehr hohen Pulskontrast (blau) wird eine Plasmaskalenlänge  $L_P = \lambda_{\text{SHG}}/50$  berechnet. Bei dem hohen (grün) bzw. mittleren (orange) Pulskontrast wird dagegen eine Plasmaskalenlänge von  $L_P \leq \lambda/10$  bzw.  $L_P \simeq \lambda/5$  simuliert.

Zur Vereinfachung der Diskussion werden im Folgenden nur exponentielle Plasmadichtegradienten mit dem Parameter  $L_P$  angenommen. Die an die Plasmadichte gefittete Skalenlänge beträgt für den sehr hohen Pulskontrast  $L_P \simeq \lambda/50$ , den hohen Pulskontrast<sup>27</sup>  $L_P \leq \lambda/10$  und den mittleren Pulskontrast  $L_P \simeq \lambda/5$ . Man beachte des Weiteren, dass es sich um eindimensionale Simulationen handelt. Die Intensitätsverteilung des Fokus führt zusätzlich zu einer räumlichen Abhängigkeit von  $L_P$ .

<sup>27</sup>Für den Anstieg in Abb. 8 ergibt sich eher eine niedrigere Plasmaskalenlänge von  $L_P \simeq \lambda/20$ . Im Folgenden wird allerdings  $L_P \leq \lambda/10$  verwendet, da dieser Wert in den eigenen Veröffentlichungen Ref. [10] und Ref. [12] verwendet wird.

	Plasmaskalenlänge	Kontrastverbesserung
niedriger Kontrast	$\gg \lambda$	keine
mittlerer Kontrast	$\lambda/5$	BK7 PM
hoher Kontrast	$\lambda/10$	AR PM
sehr hoher Kontrast	$\lambda/50$	SHG

Tabelle 4: **Übersicht der berechneten Plasmaskalenlängen, die mit dem JETI-Lasersystem erreicht werden können:** Je nach verwendetem Pulskontrast wurde mit MULTI-FS eine Plasmaskalenlänge  $L_P$  berechnet. Es ist zu beachten, dass MULTI-FS die Ausdehnung des Plasmadichtegradienten eher überschätzt. Beispielsweise kann das Plasmadichteprofil durch den Strahlungsdruck bzw. die ponderomotive Kraft bei hohen Intensitäten zusätzlich eingedrückt werden.

**Einfluss des Strahlungsdrucks auf das Plasmadichteprofil:** Wenn Intensitäten  $I > 10^{16} \text{ W/cm}^2$  erreicht werden, beobachtet man in PIC-Simulationen außerdem ein Eindringen der Plasmaoberfläche bzw. des Plasmadichtegradienten durch die ponderomotive Kraft bzw. den Lichtdruck

$$P_L = \frac{I}{c}(2 - \eta_a) \cos \theta, \quad (2.43)$$

der bei einer Intensität  $I = 2 \cdot 10^{19} \text{ W/cm}^2$  in etwa 10 Gbar beträgt. Ab einer gewissen Intensität kann der Lichtdruck den thermischen Druck  $P_{\text{th}} = n_e k_B T_e$  [130] somit übersteigen, was im Allgemeinen dazu führt, dass der Plasmadichtegradient aufgestellt wird (*ponderomotive steepening*) bzw. die Plasmaoberfläche während der relativistischen Laser-Plasma-Wechselwirkung eingedrückt wird (*hole boring*) [129, 131, 132, 133].

Das Eindringen der Plasmaoberfläche lässt sich mit einem einfachen, eindimensionalen Modell beschreiben [11]: Man betrachte dazu einen exponentiellen Dichtegradienten  $n_e(x) = n_{e,0} \exp(x/L_P)$  mit der Plasmaskalenlänge  $L_P$ . Die kritische Dichte befindet sich somit anfangs bei  $x_c = L_P \ln\left(\frac{n_c}{n_{e,0}}\right)$ . Durch den Strahlungsdruck kann die Elektronendichte bis zu der Position  $x_0$  ausgelenkt werden (s. Abb. 9), bei der ein Gleichgewicht zwischen der rücktreibenden, elektrostatischen Kraft und dem Strahlungsdruck besteht. Ein derart verformter Plasmadichtegradient kann als Plattenkondensator mit einer Ladungsdichte

$$\sigma_F = \int_{-\infty}^{x_0} n_e(x) dx = n_0 L_P \exp\left(\frac{x_0}{L_P}\right) \quad (2.44)$$

behandelt werden. Infolge der Ladungstrennung ergibt sich eine Kraftdichte  $F/A = \sigma_F^2/2\epsilon_0$ . Setzt man diese dem Strahlungsdruck  $I_0/c$  bei  $45^\circ$  nach Gl. 2.43 ohne Berücksichtigung von Absorption gleich, so ergibt sich

$$x_0 = L_P \ln\left(\frac{a_0 c}{\omega_L L_P} \cdot \frac{n_c}{n_0}\right) \quad (2.45)$$

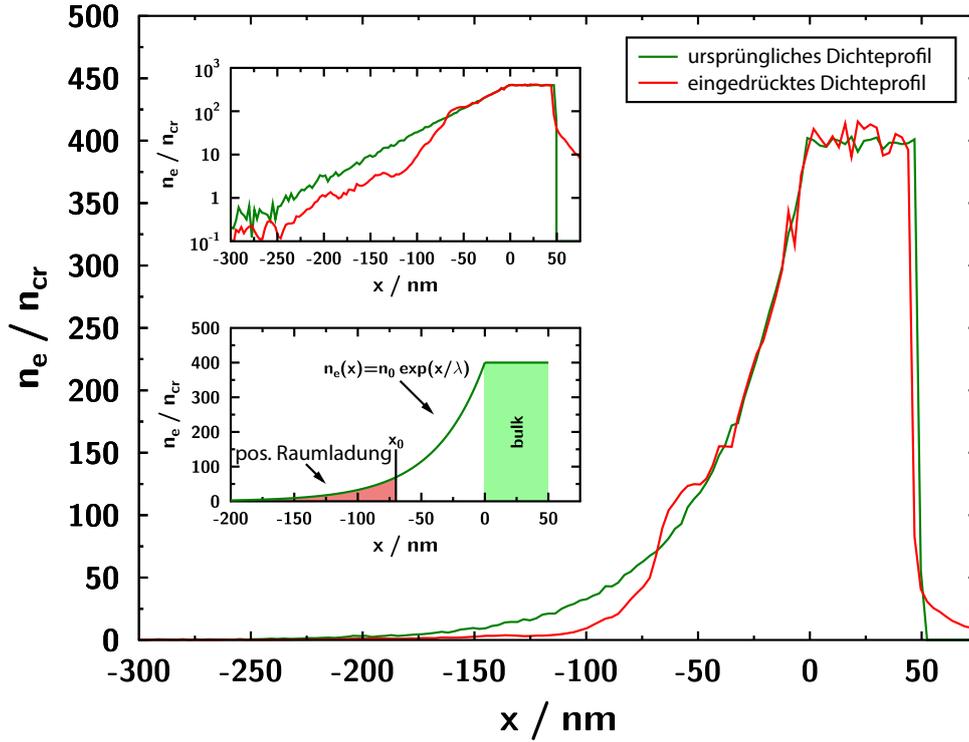


Abbildung 9: **2D-PIC-Simulation zur Verformung der Plasmarampe bei relativistischen Intensitäten:** Zu Beginn der Simulation ist die Elektronen- und Ionendichte exponentiell geformt (grün) mit  $L_P = \lambda/20$ . Die Parameter der Simulation sind:  $a_0^{\max} = 8$ , gaußförmiger Laserpuls mit  $\Delta t_{\text{FWHM}} = 30$  fs. Zum Zeitpunkt der maximalen Laserintensität wird die Elektronendichte eingedrückt (rot). Die Plasmaoberfläche bzw. der Ort der kritischen Dichte, an dem der Laserpuls reflektiert wird, erfährt somit während der Laser-Plasma-Wechselwirkung eine Beschleunigung. Infolge der Ladungsträgerseparation verursacht die positive Raumladung der Ionendichte eine rücktreibende Kraft auf die Elektronendichte.

bzw. ein Eindringen der kritischen Dichte um

$$x_{\text{dent}} = x_0 - x_c = L_P \ln \left( \frac{a_0 c}{\omega_L L_P} \right). \quad (2.46)$$

Für eine Plasmastufe  $n_e^{\max} = 400 n_{\text{cr}}$ ,  $a_0 = 8$  und einer Skalenlänge  $L_P = \lambda/20$  erhält man somit eine *Eindellung* (*denting*) der kritischen Elektronendichte von  $x_{\text{dent}} \simeq 200$  nm, was relativ gut mit den PIC-Simulationen übereinstimmt (s. Abb. 9). Insbesondere der Bereich niedriger Elektronendichte wird bei dieser Wechselwirkung verändert.

Dies hat außerdem zur Folge, dass sich die Oberfläche bzw. die kritische Dichte während einer halben Pulsdauer  $\Delta t_{\text{FWHM}}/2 \simeq 15$  fs bewegt hat. Die durchschnittliche Geschwindigkeit der Oberfläche kann somit durch  $v_{\text{dent}} \approx x_{\text{dent}}/\Delta t_{\text{FWHM}} = 1,3 \cdot 10^7$  m/s  $\simeq 0,04 c$  abgeschätzt werden. Auch dieses Ergebnis ist in guter Übereinstimmung mit PIC-Simulationen [10, 11, 129].

Die Bewegung der Plasmaoberfläche führt zu einer Doppler-Rotverschiebung des reflektierten Pulses bzw. der Harmonischen [134, 131]. Die Beschleunigung resultiert außerdem in einem Chirp des reflektierten Laserpulses [133]. Zusammenfassend hat die relativistische Wechselwirkung des Laserpulses mit einem Plasmadichteprofil folgende wichtige Konsequenzen:

1. Der Bereich niedriger Elektronendichte im Plasmadichtegradienten wird verdünnt. Der Plasmadichtegradient wird außerdem tendenziell steiler.<sup>28</sup>
2. Der Reflexionspunkt der Laserstrahlung, welcher in etwa  $x_c$  entspricht, wird während der Laser-Plasma-Wechselwirkung beschleunigt. Dieser Effekt kann die spektralen Eigenschaften bzw. den Chirp der reflektierten Strahlung verändern (s. Kapitel 6).

### 2.6.3 Kollisionsfreie Absorptionsmechanismen

Im Folgenden sollen Absorptionsmechanismen diskutiert werden, die bei hohen Intensitäten auftreten und keine Kollisionen erfordern. Sie besitzen für diese Arbeit Relevanz, da sie eng mit der Erzeugung der Oberflächenharmonischen verbunden sind.

**Resonanzabsorption:** Bei der *Resonanzabsorption* handelt es sich um einen Absorptionsmechanismus, der bei längeren Plasmaskalenlängen  $kL_P > 1$  und schrägem Einfall (p-Polarisation) auftritt. Das Laserfeld erfährt unter diesen Bedingungen am Ort der kritischen Dichte  $x_c$  eine starke Überhöhung. Da an diesem Punkt die Lichtfrequenz mit der Plasmafrequenz übereinstimmt, wird das Plasma resonant angeregt.

*N. Denisov* [135] und *V. Ginzburg* [136] haben die Absorption durch diesen Mechanismus mit Hilfe der Funktion  $\eta_{\text{RA}} = \psi^2(\xi)$  zuerst beschrieben. Die Funktion  $\psi(\xi) \simeq 2,3\xi \exp(-2\xi^3/3)$  mit dem Parameter  $\xi = (kL_P)^{1/3} \sin \theta$  gibt dabei die Stärke der Anregung als Funktion des Einfallswinkels  $\theta$  und der Plasmaskalenlänge  $L_P$  an [115]. Für  $\theta = 45^\circ$  ergibt sich eine optimale Plasmaskalenlänge  $L_P^{\text{RA}} \simeq 0,2 \lambda$ .<sup>29</sup>

Da sowohl für die Resonanzabsorption als auch für den ROM-Prozess die Stärke der Plasmaoszillation bei der kritischen Dichte entscheidend ist, kann über einen Zusammenhang von  $L_P^{\text{RA}}$  mit der für den ROM-Prozess optimalen Plasmaskalenlänge  $L_P^{\text{ROM}}$  spekuliert werden [137]. Es wird sich in Kapitel 4 in der Tat herausstellen, dass für die optimale Skalenlänge des ROM-Mechanismus  $L_P^{\text{ROM}} \simeq L_P^{\text{RA}} \simeq \lambda/5$  gilt.

<sup>28</sup>Es wird deshalb der Plasmadichtegradient der MULTI-FS-Simulation verwendet, wenn die relativistische Intensität erreicht wird ( $a_0 > 1$ ). Dies ist typischerweise einige 100 fs vor dem Erreichen der Maximalintensität der Fall.

<sup>29</sup>Hier muss ausdrücklich darauf hingewiesen werden, dass die Herleitung der Denisov-Funktion  $\psi(\xi)$  den Grenzfall  $kL_P > 1$  nutzt [115]. Die Gültigkeit von  $L_P^{\text{RA}}$  ist deshalb in diesem Bereich fraglich.

**Brunel-Absorption:** Bei kurzen Plasmaskalenlängen kann die Amplitude der Elektronenauslenkung  $\hat{x}$  die Plasmaskalenlänge überschreiten und der Absorptionsmechanismus lässt sich im Allgemeinen nicht durch Resonanzabsorption beschreiben.<sup>30</sup> *F. Brunel* hat zuerst den Absorptionsmechanismus beschrieben [139], der bei kurzen Plasmaskalenlängen und hohen Intensitäten dominant ist und heute als *Brunel-Absorption* bezeichnet wird.

Qualitativ lässt sich dieser Absorptionsmechanismus einfach erklären: Bei sehr kurzen Plasmaskalenlängen werden die Elektronen an der Oberfläche in der ersten Halbperiode des Laserfeldes von der Feldkomponente  $E_x$  ins Vakuum beschleunigt. Die Elektronen unterliegen während der Beschleunigung im Laserfeld allerdings auch dem Einfluss der elektrostatischen, rücktreibenden Kraft durch die schweren, nahezu unbeweglichen Ionen. Diese rücktreibende, elektrostatische Kraft hemmt die Beschleunigung der Elektronen. Wenn das elektrische Feld im Laserzyklus das Vorzeichen ändert, werden die Elektronen wieder in Bereiche des Plasmas zurückgetrieben, in denen das Laserfeld verschwindet. Sind die Elektronen ins überkritische Plasma eingedrungen, so erfahren sie keine rücktreibende Kraft durch das Laserfeld mehr und haben Energie vom Laserpuls absorbiert.

Die Behandlung von Brunel-Elektronen an einer Plasmadichterampe ist allerdings komplex und erfordert im Allgemeinen PIC-Simulationen [68, 140]. Man betrachte dazu die Trajektorien der Brunel-Elektronen (gelb) in Abb. 10 aus der Arbeit von *C. Thaury* und *F. Quéré* [68]: Zunächst ist die Beschleunigung der Elektronen vom Plasmadichtegradienten ( $x \geq 0$ ) ins Vakuum zu erkennen. Nach einer halben Periode werden die Elektronen wieder zurück in die Plasmarampe getrieben. Innerhalb des Gradienten ist die Kreuzung der Elektronentrajektorien bzw. ein Ausprägung von sehr dichten Elektronenpulsen zu erkennen. Diese Elektronenpulse regen starke Plasmaoszillationen im Plasmadichtegradienten an, die nahezu die gleiche Feldamplitude wie die des Laserfeldes besitzen können.

Der Ort  $x_c$  bzw. der Zeitpunkt  $t_c$ , bei dem sich die Trajektorien kreuzen, kann analytisch berechnet werden [68, 141] und hängt von der momentan vorhandenen Intensität des Laserfeldes ab. Bei einem Laserpuls mit einer zeitlichen Einhüllenden besitzen die Elektronenpulse, die durch den Brunel-Mechanismus zyklisch in den Plasmadichtegradienten eindringen, deshalb einen ungleichen Pulsabstand [142].

Die Simulationen von *C. Thaury* und *F. Quéré* zeigen außerdem, dass sich der dichteste (einige  $n_c$ ) und auch zeitlich kürzeste Elektronenpuls für eine Plasmaskalenlänge  $L_P \simeq \lambda/60$  beim Erreichen der Maximaldichte ergibt [68]. In Kapitel 7 wird sich herausstellen, dass

<sup>30</sup>Resonanzabsorption und Brunel-Absorption können als Grenzfälle eines allgemeineren Modells behandelt werden [138]. Die Absorptionsmechanismus geht dabei stetig von reiner Resonanzabsorption für lange Plasmadichtegradienten und/oder moderate Laserintensitäten zu reiner Brunel-Absorption für steilere Gradienten und/oder höhere Laserintensitäten über. Den Übergang kann man mit  $L_P = \hat{x} \approx v_{\text{osc}}/\omega_L$  und  $v_{\text{osc}} \approx eE/\gamma m_e \omega_L = a_0 c/\gamma$  und  $\gamma = \sqrt{1 + a_0^2}$  abschätzen, sodass  $\hat{x}/\lambda \simeq a_0/(2\pi\sqrt{1 + a_0^2})$  gilt [68]. Es ist deshalb davon auszugehen, dass bei den im Experiment vorhandenen Intensitäten für Skalenlängen  $L_P \leq \lambda/10$  Brunel-Absorption dominiert.

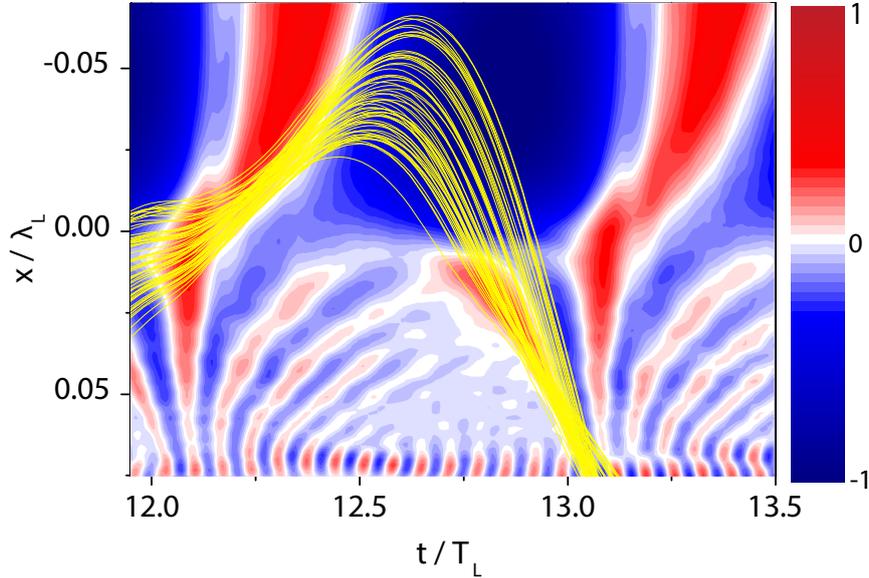


Abbildung 10: **PIC-Simulation der Brunel-Elektronen, die vom Laserfeld an einer Plasmaoberfläche beschleunigt werden und Plasmaoszillationen verursachen:** Die Parameter der 1D-PIC-Simulation sind  $L_P = \lambda/60$ ,  $n_e^{\max} = 225n_c$  und  $\Delta t = 20T_L$ . Brunel-Elektronen (gelb) werden innerhalb eines Laserzyklus von der Plasmaoberfläche ( $x = 0$ ) ins Vakuum beschleunigt. Nachdem die Elektronen im Laserfeld Energie gewonnen haben, treten sie wieder in die Plasmaoberfläche ein ( $t = 12,8 T_L$ ). Die Trajektorien der Brunel-Elektronen bilden im Plasmadichtegradienten eine Kaustik. Die Elektronenpulse besitzen in etwa bei Erreichen der Maximaldichte (bei  $x = 0,07 \lambda$ ) die höchste Dichte und regen im Dichtegradienten Plasmaoszillationen an. Die Feldstärke (blau-rote Skala) zeigt für  $x \leq 0$  eine Oszillation mit der Laserfrequenz, während im Plasmadichtegradienten die jeweilige Plasmafrequenz  $\omega_P(x)$  auftritt. Man beachte, dass die Amplitude der Plasmaoszillation mit der des Laserfeldes vergleichbar ist. Die Abbildung ist aus Ref. [68].

man für derart kurze Plasmaskalenlängen eine starke Oszillation der Plasmaoberfläche durch den Brunel-Mechanismus anregen kann. Es ist außerdem bemerkenswert, dass die PIC-Simulationen einen starken Anstieg der Oszillationsamplitude  $\hat{x} \approx v_{\text{osc}}/\omega_L$  bereits für kleine Skalenlängen zeigen und die Erzeugung schneller Elektronen für Skalenlängen  $L_P \geq \lambda/10$  stark zunimmt (vgl. Abb. 2 in Ref. [143]). Dies lässt sich durch zwei Effekte erklären:

1. Nach Abschnitt 2.5 nimmt die Feldamplitude an der kritischen Dichte  $E_{\text{krit}}$  bereits für kleine Werte der Plasmaskalenlänge stark zu und entspricht bereits bei  $L_P \simeq \lambda/50$  der Feldstärke im freien Raum  $E_{\text{FS}}$ .
2. Bei ausgedehnten Gradienten wird die rüctreibende, elektrostatische Kraft reduziert.

### 3 Erzeugung hoher Harmonischenstrahlung an steilen Plasmarampen

In diesem Kapitel werden die Prozesse, die zur Erzeugung von Oberflächenharmonischen führen, anhand analytischer und numerischer Modelle behandelt. Dazu wird u. a. die Darstellung aus dem Übersichtsartikel von *C. Thaury* und *F. Quéré* [68] aufgegriffen. Die Modelle ermöglichen eine umfassende Interpretation der experimentellen Daten und Simulationen, die in den nachfolgenden Kapiteln präsentiert werden. Zunächst wird kurz dargestellt, wie sich das Forschungsfeld der Harmonischerzeugung an Plasmaoberflächen entwickelt hat.

Die ersten Experimente zur Erzeugung von Oberflächenharmonischen wurden bereits Ende der 70er Jahre mit Nanosekundenpulsen und CO<sub>2</sub>-Lasern ( $a_0 < 1$ ) durchgeführt [144]. Bei diesen Experimenten hat sich herausgestellt, dass die Frequenz der Harmonischenstrahlung  $n\omega_L$  bis zu einer maximalen Harmonischenfrequenz  $\omega_{co} = n_{co}\omega_L$  (*cutoff*, Abk.: CO) im XUV reicht, die der höchsten Plasmafrequenz  $\omega_P^{\max}$  im Plasmadichtegradienten entspricht [145]. Trotz der hohen Nichtlinearitäten und der Erzeugung kohärenter XUV-Strahlung gab es in den darauffolgenden 15 Jahren nur eine relativ geringe Aktivität in diesem Forschungsfeld [146, 147]. Das steigende Interesse in den letzten Jahren hängt einerseits mit den inzwischen kommerziell verfügbaren Hochintensitätslasersystemen zusammen und andererseits mit den prinzipiellen Einschränkungen der HHG in Gasen [17]. Nicht zuletzt hat allerdings auch die Verfügbarkeit von leistungsfähigen Computern und numerischen Simulationscodes dazu beigetragen, dass die Erforschung der Oberflächenharmonischen derzeit ein aktives Forschungsfeld darstellt [1, 2, 13, 70, 72]. Computersimulationen der Laser-Plasma-Wechselwirkung tragen heute maßgeblich zum Verständnis der Prozesse bei, die zur Erzeugung der Oberflächenharmonischen führen. In Abb. 11 ist das von einer Plasmaoberfläche reflektierte Feld im Zeit- und Frequenz-Bereich dargestellt, welches für nichtrelativistische bzw. relativistische Intensitäten mit Hilfe einer 1D-PIC-Simulation berechnet wurde. Es können je nach Intensität zwei dominante Erzeugungsmechanismen identifiziert werden:

1. Oberflächenharmonische durch die kohärente Abstrahlung einer durch das Laserfeld angeregten Plasmawelle im Plasmadichtegradienten (*Coherent Wake Emission*, Abk.: CWE) [148]. Dieser Mechanismus tritt bei nichtrelativistischen Intensitäten bzw.  $a_0 \lesssim 1$  auf.
2. Oberflächenharmonische durch den Prozess des relativistisch oszillierenden Spiegels (*relativistically oscillating mirror*, ROM) [1, 3, 72]. Dieser Mechanismus dominiert bei relativistischen Intensitäten bzw.  $a_0 > 1$ .

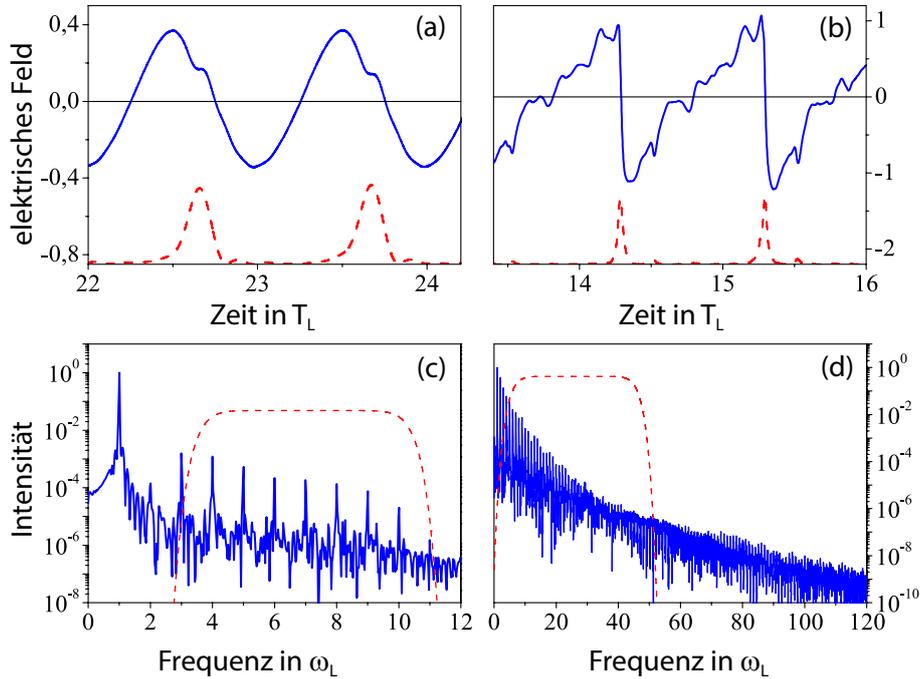


Abbildung 11: **PIC-Simulation von Oberflächenharmonischen:** (a,b) Das von der Plasmaoberfläche reflektierte Feld  $E(t)$  ist gegenüber einer sinusförmigen Welle verformt. (a,c) Für nichtrelativistische Intensitäten ( $a_0 = 0,2$ ) und für einen Plasmagradienten mit  $\omega_P^{\max} = 10\omega_L$  erkennt man, dass das Harmonischenspektrum bei  $\omega_P^{\max}$  endet. Wendet man einen Frequenzfilter an (rote, gestrichelte Linie), so ergibt sich im Zeitbereich ein relativ langer Attosekundenpuls mit  $\Delta t_{\text{CWE}} \simeq 700$  as. (b,d) Bei relativistischen Intensitäten ( $a_0 = 5$ ) und  $\omega_P^{\max} = 15\omega_L$  dominiert hingegen der ROM-Mechanismus, durch den Harmonische weit oberhalb von  $\omega_P^{\max} = 15\omega_L$  erzeugt werden können. Wendet man auch hier den eingezeichneten spektralen Filter an, so ergibt sich ein Attosekundenpuls mit  $\Delta t_{\text{ROM}} \simeq 100$  as. Die Abbildung ist aus Ref. [68].

Für die Erzeugung intensiver Attosekundenpulse und hoher Harmonischenordnungen ist besonders der ROM-Mechanismus interessant: Im Gegensatz zu CWE-Harmonischen, bei denen die maximale Harmonischenordnung  $\omega_{\text{co}}$  durch die maximale Plasmafrequenz  $\omega_P^{\max}$  im Dichtegradienten beschränkt ist [6], wird das Spektrum der ROM-Harmonischen durch den *maximalen  $\gamma$ -Faktor* der Plasmaoberfläche  $\gamma_{\text{ROM}}$  in Richtung der Oberflächennormalen bestimmt [13]. Je größer  $\gamma_{\text{ROM}}$  bzw. das Laserfeld  $a_0$  ist, desto effizienter wird der ROM-Mechanismus bzw. desto höher wird die maximal erreichbare Harmonischenordnung. Für ultrarelativistische Intensitäten konnte experimentell bereits gezeigt werden, dass ROM-Harmonische mit Photonenenergien bis zu einigen keV erzeugt werden [9, 149]. Die Bandbreite dieser extrem breitbandigen SXR-Strahlung würde eine Pulsdauer von wenigen Attosekunden oder sogar Zeptosekunden erlauben. Bisher konnte die Pulsdauer der ROM-Harmonischen jedoch nicht gemessen werden und ist lediglich durch PIC-Simulationen bekannt [3, 70, 76]. Laut Simulationen besitzen die ROM-Harmonischen, die heute mit moderat relativistischen Intensitäten in zahlreichen Labors erzeugt werden können, eine

Pulsdauer von etwa 100 as (s. Abb. 11). Die Pulsdauer der Attosekundenpulse, die durch den ROM-Mechanismus entstehen, ist Fourier-begrenzt [3].

**Behandlung des schrägen Einfalls:** Die theoretische Beschreibung bzw. die Simulation der relativistischen Laser-Plasma-Wechselwirkung bei schrägem Einfall des Laserpulses ist ein komplexes, mehrdimensionales Problem, welches im Allgemeinen sehr aufwendige numerische Simulationen erfordert [71]. Mit einer eleganten Methode, die von *A. Bourdier* erstmals beschrieben wurde [150], lässt sich das Problem eines schräg einfallendes Laserfeld in ein senkrecht einfallendes überführen, sodass eine eindimensionale Behandlung möglich ist. Dies stellt meist den Ausgangspunkt der theoretischen Arbeiten bzw. der eindimensionalen Simulationen dar [1, 13]. Man betrachte dazu eine Lorentz-Transformation in ein Referenzsystem  $\mathfrak{M}$ , das sich mit der Geschwindigkeit  $c \sin \theta \vec{e}_y$  entlang der Oberfläche bewegt. Hierbei sei  $\theta$  der Einfallswinkel und  $\vec{e}_y$  der Einheitsvektor im Laborsystem  $\mathfrak{L}$ , der durch den Schnitt zwischen Target-Oberfläche und Einfallsebene definiert ist. Im Laborsystem  $\mathfrak{L}$  wird die schräg einfallende Lichtwelle mit der Kreisfrequenz  $\omega_{\mathfrak{L}}$  und dem Wellenzahlvektor  $k_{\mathfrak{L}} = (\omega_{\mathfrak{L}} \cos \theta / c, \omega_{\mathfrak{L}} \sin \theta / c, 0)$  beschrieben. In dem mitbewegten System  $\mathfrak{M}$  ergibt sich mit den relativistischen Faktoren  $\beta_{\mathfrak{M}} = \sin \theta$  und  $\gamma_{\mathfrak{M}} = 1 / \sqrt{1 - \beta^2} = 1 / \cos \theta$  die Kreisfrequenz  $\omega_{\mathfrak{M}} = \omega_{\mathfrak{L}} \cos \theta$  bzw. der Wellenvektor  $k_{\mathfrak{M}} = (\omega_{\mathfrak{L}} \cos \theta / c, 0, 0)$  des Lasers. Im Bezugssystem  $\mathfrak{M}$  fällt der Laser demzufolge senkrecht auf die Plasmaoberfläche ein und die Laser-Plasma-Wechselwirkung kann mit einer eindimensionalen Beschreibung behandelt werden. Man beachte, dass sich die Elektronen- bzw. Ionendichte des Plasmas,  $n_{e,\mathfrak{M}}(x) = n_{e,\mathfrak{L}}(x) / \cos \theta$  und  $n_{i,\mathfrak{M}}(x) = n_{i,\mathfrak{L}}(x) / \cos \theta$ , infolge der Lorentz-Transformation nur um einen konstanten Wert  $\gamma_{\mathfrak{M}} = 1 / \cos \theta$  von  $n_{e,\mathfrak{L}}(x)$  bzw.  $n_{i,\mathfrak{L}}(x)$  voneinander unterscheiden.

**Die transversale Stromdichte als Quelle von Harmonischenstrahlung:** Die Erzeugung von Harmonischen an Plasmadichtegradienten lässt sich unabhängig vom Erzeugungsprozess mit Hilfe der Stromdichteverteilung an der Plasmaoberfläche erklären [68]. Man betrachte dazu zunächst senkrechten Einfall des Laserpulses auf ein Plasma im Halbraum  $x \geq 0$  und einen Beobachtungspunkt im Vakuum vor dem Plasma im Halbraum  $x < 0$ . Das Vektorpotential  $A$  wird in Coulomb-Eichung, d.h.  $\nabla \cdot \vec{A} = 0$ , durch die inhomogene Wellengleichung

$$\nabla^2 \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\mu_0 \vec{j}_{\perp} \quad (3.1)$$

beschrieben.<sup>31</sup> Die *transversale Stromdichte*<sup>32</sup>  $\vec{j}_\perp(x', t')$  ist hierbei eine komplexe, ortsabhängige Funktion, mit der sich die Lösung des Vektorpotentials  $\vec{A}_r$  durch

$$\vec{A}_r(x, t) = -\mu_0 \int_x^{+\infty} \int_{-\infty}^{t-(x'-x)/c} \vec{j}_\perp(x', t') dt' dx' \quad (3.2)$$

berechnen lässt. Infolge der Beziehung  $\vec{E}_r = -\frac{\partial \vec{A}_r}{\partial t}$  kann des Weiteren das reflektierte, transversale elektrische Feld  $\vec{E}_r$  durch die Integration der transversalen Stromdichte

$$\vec{E}_r(x, t) = \mu_0 \int_x^{+\infty} \vec{j}_\perp(x', t - (x' - x)/c) dx' \quad (3.3)$$

bestimmt werden. Hierbei kann  $\vec{j}_\perp(x', t')$  als Quellterm interpretiert werden, dessen Wirkung auf das Feld  $\vec{A}_r(x, t)$  bzw.  $\vec{E}_r(x, t)$  durch die Lichtgeschwindigkeit  $c$  begrenzt ist. Das Feld an einem Ort  $x$  zum Zeitpunkt  $t$  wird durch eine Quelle am Punkt  $x'$  zum Zeitpunkt

$$t' = t - |x' - x|/c \quad (3.4)$$

verursacht. Hierbei ist  $t'$  die *retardierte Zeit*, in der das Licht die Strecke von der Quelle zum Beobachter  $x' - x$  mit  $c$  zurücklegt.<sup>33</sup> Es wird sich herausstellen, dass der Effekt der *Retardierung* von entscheidender Bedeutung für den Erzeugungsmechanismus der ROM-Harmonischen ist. Im Folgenden werden die gestrichenen Größen in  $j(x', t')$  konsequent weiterverwendet, um einen möglichen Einfluss der Retardierung für den Fall einer relativistisch bewegten Quelle zu betonen.<sup>34</sup>

Das Intensitätsspektrum  $I(\omega) \propto |\vec{E}_r(x, \omega)|^2$ , welches im Experiment an einer Position  $x$  im Vakuum gemessen wird, kann durch eine Fourier-Transformation von Gl. 3.3 berechnet

<sup>31</sup>Man beachte die Analogie zur nichtlinearen Wellengleichung in der Nichtlinearen Optik. Die transversale Stromdichte  $j_\perp$  entspricht dabei  $\partial^2 P / \partial t^2$ , welche in nichtlinearen Medien höhere Frequenzen enthalten kann und z. B. zur Emission von Harmonischen führt.

<sup>32</sup>Die Stromdichte kann in einen transversalen und einen longitudinalen Anteil zerlegt werden,  $\vec{j} = \vec{j}_\perp + \vec{j}_\parallel$ , mit  $\nabla \cdot \vec{j}_\perp = 0$  und  $\nabla \times \vec{j}_\parallel = 0$ , sodass gilt:  $\nabla \cdot \vec{j} = \nabla \cdot \vec{j}_\parallel$  und  $\nabla \times \vec{j} = \nabla \times \vec{j}_\perp$ .

<sup>33</sup>Die mathematische Ursache für den fundamentalen Effekt der Retardierung liegt tiefer: Die Greensche Funktion  $G(x - x', t - t') = \frac{\delta(t - t' - |x - x'|/c)}{4\pi|x - x'|}$  stellt die Lösung der inhomogenen Wellengleichung durch eine Impulsanregung  $\delta(x - x', t - t')$  dar. Bei der inhomogenen Wellengleichung ist die Wirkung somit durch die Lichtgeschwindigkeit begrenzt. Daraus resultiert das retardierte Potential  $\vec{A}_r(x, t)$  nach Gl. 3.2.

<sup>34</sup> $x'$  bedeutet hierbei, dass es unter Umständen eine Funktion von der retardierten Zeit  $t'$  sein kann. Die Schreibweise ist gleichbedeutend mit  $x(t')$ .

werden:

$$I(\omega) \propto \left| \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}(t) e^{-i\omega t} dt \right|^2 = \mu_0^2 \left| \int_{-\infty}^{\infty} \int_x^{+\infty} \vec{j}_{\perp}(x', t') e^{-i\omega t} dx' dt \right|^2 \quad (3.5)$$

$$\propto \left| \int_{-\infty}^{\infty} \int_x^{+\infty} \vec{j}_{\perp}(x', t') e^{-i\omega t'} e^{-i\omega x'/c} dx' dt' \right|^2 \quad (3.6)$$

$$\propto |\vec{j}_{\perp}(k, \omega)|^2. \quad (3.7)$$

Das emittierte Spektrum  $I(\omega)$  ist demzufolge proportional zu  $|\vec{j}_{\perp}(k, \omega)|^2$ , wobei  $k = \omega/c$  gilt [68]. Es wird im Folgenden als *retardiertes Spektrum* bezeichnet.

Um den Einfluss der Retardierung zu untersuchen kann der Grenzfall  $c \rightarrow \infty$  in Gl. 3.3 betrachtet werden. Es ergibt sich dann im Zeitbereich ein Feld  $\vec{E}(t) = \mu_0 \int_x^{+\infty} \vec{j}_{\perp}(x', t') dx'$ , d.h. die Quelle besitzt eine instantane Wirkung auf  $\vec{E}(t)$ . Das korrespondierende Spektrum  $I_{\text{inst}}(\omega) \propto |j_{\perp}(0, \omega)|^2$  wird im Folgenden als *instantanes Spektrum* bezeichnet.

Die Stromdichte  $j_{\perp}(x', t')$  im Plasmadichtegradienten ist allerdings eine sehr komplizierte Funktion und im Allgemeinen nur durch PIC-Simulationen bekannt. Von *Lichters et al.* [1] wurde die transversale Stromdichte  $j_{\perp}(x', t')$  auf der Basis von PIC-Simulationen mit einem Plasma-Fluid-Modell behandelt, welches ein tieferes Verständnis der Harmonischerzeugung an Plasmaoberflächen zulässt: Dabei wird zunächst angenommen, dass die Ionendichte  $n_i(x', t')$  der schnellen Oszillation des Laserfeldes nicht folgen kann und unbeweglich ist. Man beachte allerdings, dass  $n_i(x')$  infolge der Lorentz-Transformation in  $\mathfrak{M}$  durch die Drift des Plasmas entlang  $\vec{e}_y$  dennoch zur transversalen Stromdichte beiträgt. Es gilt somit  $j_{\perp}^i = -Zen_i^{\mathfrak{M}}(x')c \sin \theta \vec{e}_y = -Zen_i^{\mathcal{S}}(x')c \tan \theta \vec{e}_y$ . Das Elektronenfluid trägt in analoger Weise durch  $j_{\perp}^e = -en_e^{\mathfrak{M}}(x', t')v_{\perp} = -en_e^{\mathcal{S}}(x', t')p_{\perp}/(m\gamma \cos \theta)$  bei, kann aber außerdem eine Abhängigkeit von der Raum- und Zeitkoordinate aufweisen.

Bevor der Laserpuls mit der Plasmaoberfläche wechselwirkt, beträgt der transversale Impuls des Elektronenfluids  $\vec{p}_{\perp}^0 = -mct \tan \theta \vec{e}_y$ , sodass sich eine Stromdichte  $j_{\perp}^{e,0} = ect \tan \theta \cdot (n_e^{\mathcal{S}}(x', t')/\gamma(x', t') \cos \theta)$  ergibt. Hierbei muss betont werden, dass die Stromdichten  $j_{\perp}^i$  und  $j_{\perp}^{e,0}$  infolge der Bourdier-Methode nur bei schrägem Einfallswinkel  $\theta$  auftreten. Sie werden im Folgenden zur sogenannten Bourdier-Stromdichte  $j_B = j_{\perp}^i + j_{\perp}^{e,0}$  zusammengefasst. Diese kann allerdings nur dann einen Beitrag zur Erzeugung von Harmonischen in  $j(x', t')$  leisten, wenn es einen Unterschied zwischen der von den Ionen und Elektronen verursachten Stromdichte  $j_{\perp}^i$  bzw.  $j_{\perp}^e$  gibt. Dieser Fall kann z. B. durch Plasmawellen bzw. Modulationen in  $n_e(x', t')$  eintreten, die durch Brunel-Elektronen verursacht werden.

Die Elektronendichte kann allerdings auch direkt vom Laserfeld zur Oszillation angeregt werden. Infolge der Translationsinvarianz des Plasmas in  $\vec{e}_y$ -Richtung ist der kanonische Impuls in dieser Dimension erhalten und es gilt  $\vec{p}_{\perp} - e\vec{A} = \text{const} = \vec{p}_{\perp}^0$  mit dem relativistischen Impuls  $\vec{p}_{\perp} = \gamma m \vec{v}_{\perp}$  des Elektronenfluids und dem Lorentz-Faktor

$\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta_x^2 - \beta_\perp^2}$ . Es existiert somit auch eine direkt vom Laserfeld getriebene Stromdichte  $j_\perp^{e,d}(x', t') \propto n_e(x', t')v_\perp \propto A$ , sodass sich eine totale Stromdichte  $j_\perp = j_\perp^{e,d} + j_\perp^{e,0} + j_\perp^i$

$$\vec{j}_\perp(x', t') = \underbrace{-\frac{e^2}{m \cos \theta} \frac{n_e^\mathcal{L}(x', t')}{\gamma(x', t')} \vec{A}(x', t')}_{\text{direkte Anregung durch Laserfeld } j_\perp^{e,d}} - \underbrace{ec \tan \theta \left( Z n_i^\mathcal{L}(x') - \frac{1}{\cos \theta} \frac{n_e^\mathcal{L}(x', t')}{\gamma(x', t')} \right)}_{\text{Bourdier-Stromdichte } j_B = j_\perp^{e,0} + j_\perp^i} \quad (3.8)$$

mit  $\gamma(x', t') = \sqrt{\frac{1+(e\vec{A}/mc - \tan \theta \vec{e}_y)^2}{1-\beta_x^2}}$  ergibt [1]. Man beachte, dass alle in Gl. 3.8 vorkommenden Größen im Laborsystem  $\mathcal{L}$  definiert sind. Das Spektrum der transversalen Stromdichte  $\vec{j}_\perp(x', t')$  ist nach Gl. 3.8 ausschließlich durch Modulationen der Elektronendichte  $n_e^\mathcal{L}(x', t')$  bzw.  $\gamma(x', t')$  geprägt [68].<sup>35</sup>

- $\gamma(x', t')$  tritt sowohl im ersten als auch im zweiten Term in Gl. 3.8 auf und kann zu höheren Frequenzen in  $j_\perp(x', t')$  durch die nichtlineare Abhängigkeit  $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta(t')^2}$  mit  $\beta(t') = \beta_{\max} \sin \omega t'$  und  $\beta_{\max} \lesssim 1$  führen.
- Die Elektronendichte  $n_e^\mathcal{L}(x', t')$  wird vor allem durch Brunel-Elektronen zu starken Modulationen angeregt. Dabei wird die Elektronendichte zum einen durch aus dem Plasma herausbeschleunigte Elektronen und die auftretenden Felder moduliert. Zum anderen werden nach Abschnitt 2.6.3 dichte Elektronenpakete durch den Brunel-Mechanismus in die Plasmaoberfläche getrieben, welche starke Dichteoszillationen innerhalb des Plasmagradienten anregen können.

Ist  $j_\perp(x', t')$  aus PIC-Simulationen oder einfachen Modellen bekannt, so kann die Abstrahlung der Harmonischen mit dem retardierten Spektrum der transversalen Stromdichte  $|j_\perp(k = \omega/c, \omega)|$  berechnet werden. In den folgenden Abschnitten werden die Mechanismen diskutiert, die zur Modulation der transversalen Stromdichte und zur Emission von CWE- bzw. ROM-Harmonischen führen.

<sup>35</sup>Man kann außerdem von einem sinusförmigen Vektorpotential  $A(t) \propto \sin(\omega_L t)$  des anregenden Laserfeldes ausgehen. Harmonische in  $A(t)$ , die z.B. durch die Feldantwort des Plasmas entstehen, haben meist eine vergleichsweise niedrige Amplitude und haben keine signifikante Wirkung auf das Plasma. Dieser Ansatz ist gerechtfertigt, da die Stärke der niedrigen Harmonischen im Vergleich zur Fundamentalen zu gering ist [151], um einen signifikanten Einfluss auf die Laser-Plasma-Wechselwirkung zu haben.

### 3.1 Harmonische durch Coherent Wake Emission (CWE)

Der Erzeugungsmechanismus von CWE-Harmonischen, die als Nebenprodukt der ROM-Harmonischen in vielen Experimenten bei moderat relativistischen Intensitäten auftreten [6, 12, 20, 64], kann mit Hilfe von PIC-Simulationen im Detail untersucht werden [68, 148]. Im Modell der transversalen Stromdichte nach Gl. 3.8 werden CWE-Harmonische infolge von Modulationen der Bourdier-Stromdichte durch Dichteschwankungen  $n_e(t)$  bei der jeweiligen Plasmafrequenz erzeugt [68]. Der Mechanismus, der zur Erzeugung der CWE-Harmonischen führt, lässt sich in drei Schritten erklären:

1. Brunel-Elektronen werden durch das Laserfeld beschleunigt. Die dichten Elektronenpulse werden periodisch in den Plasmadichtegradienten getrieben.
2. Die schnellen und dichten Elektronenpulse stören die im Plasmagradients lokal vorhandene Elektronendichte  $n_e(x) \propto \exp(x/L_P)$  und regen Plasmaoszillationen mit der dazugehörigen Plasmafrequenz  $\omega_P(x)$  zu einer Zeit  $t_0(x)$  impulsartig an. Die Plasmaoszillation breitet sich aus, sodass sich eine Plasmawelle mit dem Wellenvektor  $\vec{k}_p$  formt [68, 148]. Die Phase der Plasmawelle ist durch den Zeitpunkt  $t_0$  der Anregung durch die Elektronenpulse gegeben.  $t_0$  ist wiederum an die Phase des Laserfeldes gekoppelt.
3. Für eine Abstrahlung der Plasmawelle mit den lokal vorhandenen Plasmafrequenzen  $\omega_P(x) \propto \sqrt{n_e(x)}$  ist entscheidend, dass der longitudinale Anteil des Wellenvektors dieser Plasmawelle für einen bestimmten Zeitpunkt verschwindet [148]. Es zeigt sich, dass diese Bedingung nur für einen kurzen Zeitraum erfüllt ist, sodass XUV-Pulse mit einer Attosekundenpulsdauer zyklisch emittiert werden. Der Wellenvektor  $\vec{k}_p = (0, \omega_P(x)/c \cdot \sin \theta)$  der Plasmawelle entspricht zu diesem Zeitpunkt dem Wellenvektor einer Lichtwelle mit der Frequenz  $\omega_P(x)$  am Ort der Reflexion.<sup>36</sup> Der Konversionsprozess einer transversalen Plasmaoszillation zu einer Lichtwelle wird auch als *lineare Modenkonzersion* bezeichnet [115, 152, 153].

Da die Plasmawelle nur bis zur maximalen Plasmafrequenz  $\omega_P^{\max}$  angeregt werden kann, ist die maximale Harmonischenordnung der CWE-Harmonischen durch  $n_{co}\omega_L \simeq \omega_P^{\max}$  begrenzt. In den Experimenten lässt sich anhand der Cutoff-Frequenz der CWE-Harmonischen somit die maximale Plasmafrequenz  $\omega_P^{\max}$  bestimmen, die im Plasmadichtegradienten vorkommt [6].

Mit Hilfe von PIC-Simulationen wurden die CWE-Harmonischen für unterschiedliche Plasmaskalenlängen untersucht [68, 141]. Bei extrem kurzen Skalenlängen  $L_P = 0 - \lambda/100$

<sup>36</sup>Dies kann als lokale Phasen Anpassung der Plasmawelle mit der elektromagnetischen Welle verstanden werden [68, 148].

sind kaum CWE-Harmonische zu beobachten. Die Effizienz der CWE-Harmonischen nimmt jedoch bereits für sehr kleine Werte von  $L_P$  stark zu. Die optimale Skalenlänge beträgt etwa  $L_P^{\text{CWE}}(n=8) = \lambda/60$  [68]. Dies entspricht gerade dem Wert, bei dem die Elektronenpulse beim Eindringen in den Plasmagradienten die höchste Dichte besitzen (s. Abschnitt 2.6.3). Die Brunel-Elektronen treiben in diesem Fall die Plasmaoszillationen sehr effizient. Im Cutoff-Bereich beträgt die Effizienz der CWE-Harmonischen nach 1D-PIC-Simulationen bei kurzen Plasmaskalenlängen etwa  $10^{-4}$  [68, 148].

Das CWE-Spektrum kann außerdem durch die Form des Plasmadichteprofiles stark beeinflusst werden [154]: Für stufenförmige Plasmen oder Plasmadichteprofile, die kaum einen Bereich niedriger Dichte besitzen, können Plasmawellen bei niedrigen Plasmafrequenzen  $\omega_P \simeq n\omega_L$  auch kaum angeregt werden. Es werden somit nur CWE-Harmonischenordnungen abgestrahlt, für die auch eine jeweilige Plasmafrequenz im Plasmadichteprofil vorhanden ist. Bei nahezu stufenförmigen Plasmadichterampe (  $L_P \lesssim \lambda/60$  ) ist deshalb die CWE-Harmonische bei der Cutoff-Frequenz  $n_{\text{co}}\omega_L \simeq \omega_P$  verstärkt [154].

**Phaseneigenschaften:** Beispielgebend sollen die Phaseneigenschaften der CWE-Harmonischen kurz diskutiert werden. In Analogie zu den Gasharmonischen [155] gibt es zwei unterschiedliche Arten eines Chirps:

- *Harmonischenchirp:* Der Zeitpunkt der Erzeugung der Attosekundenpulse ist durch die Anregung der Plasmawelle der Brunel-Elektronen gegeben und somit indirekt an die Phase des Laserfeldes gekoppelt. Die Rückkehrzeit der dichten Elektronenpulse  $t_0$  ist allerdings von der momentan wirkenden Intensität des Laserpulses abhängig [68, 141, 148]. Ein Laserpuls mit einer zeitlichen Einhüllenden erzeugt deshalb einen Attosekundenpulszug mit unterschiedlichem Pulsabstand [142].

Ein Pulszug mit ungleichem Pulsabstand besitzt allerdings eine verminderte, zeitliche Kohärenz, was in einer erhöhten Bandbreite der Harmonischenstrahlung resultiert [148].<sup>37</sup> Betrachtet man jede Harmonische als einen Femtosekundenpuls, dessen Momentanfrequenz abnimmt, so entspricht dies einem negativen Chirp der jeweiligen Harmonischenordnung.<sup>38</sup> Man beachte, dass jede einzelne Harmonische diesen Chirp „für sich“ besitzt, weshalb er im Folgenden als *Harmonischenchirp* bezeichnet wird. Dieser Chirp wirkt sich nur auf die Struktur des Attosekundenpulszugs aus und nicht

<sup>37</sup>Dies folgt direkt aus dem Wiener-Chintschin-Theorem: Die Autokorrelationsfunktion  $\Gamma(\tau) = \langle E^*(t)E(t+\tau) \rangle$  ist gleich der Fourier-Transformierten des Leistungsspektrums, d. h.  $\Gamma(\tau) = \mathfrak{F}(I(\omega))$ . Ein Pulszug mit vermindelter Kohärenz, d. h. kürzerer Kohärenzlänge  $\Delta\Gamma$  resultiert deshalb in einer verbreiterten spektralen Bandbreite.

<sup>38</sup>Der Attosekundenpulsabstand wird bei CWE-Harmonischen durch den Pulsabstand der Elektronenpulse gegeben, die infolge des Brunel-Mechanismus in die Plasmaoberfläche eindringen. Für die rückkehrenden Brunel-Elektronen wird analog zur Betrachtung bei Gasharmonischen [155] ein abnehmender Pulsabstand beobachtet [142].

auf die Dauer der einzelnen Attosekundenpulse.

Der Harmonischenchirp bzw. die Bandbreite der CWE-Harmonischen kann als wertvoller, experimenteller Indikator für die Vorplasmabedingungen dienen [141], da der Emissionszeitpunkt der Attosekundenpulse auch von der Plasmaskalenlänge abhängt. Vergleichsweise schmalbandige CWE-Harmonische weisen auf eine sehr kurze Plasmaskalenlänge hin. Von *Quéré et al.* wurde außerdem gezeigt, dass sich der Harmonischenchirp der CWE-Harmonischen mit einem entgegengesetzten positiven Chirp des treibenden Laserpulses kompensieren lässt [142, 148].

- *Atto-Chirp*: Beim CWE-Mechanismus werden Attosekundenpulse im Plasmadichtegradienten erzeugt, wobei die einzelnen Harmonischenfrequenzen  $n\omega_L \simeq \omega_P$  an unterschiedlichen Positionen in der Plasmarampe  $n_e(x)$  emittiert werden. Die höchsten Frequenzen entstehen in tiefer gelegenen Bereichen des Plasmadichtegradienten, sodass diese Harmonischen einen Phasenversatz nach Gl. 2.7 gegenüber den niedrigeren Harmonischen besitzen, die im vorderen Bereich des Dichtegradienten entstehen. Die CWE-Harmonischen besitzen somit eine spektrale Phase  $\tilde{\varphi}(\omega)$  „untereinander“. Der dazugehörige Chirp wirkt sich in einer Streckung der einzelnen Attosekundenpulse aus [156] und wird deshalb *Atto-Chirp* genannt. Für  $L_P = \lambda/10$  entspricht die nach Gl. 2.7 bestimmte Attosekundenpulsdauer der CWE-Harmonischen (11-14te Harmonische, 45° Einfall) etwa  $900 \text{ as} \approx 2\tau_{\text{FTL}}$  [156]. Dieser Wert stimmt sehr gut mit der von *Y. Nomura, R. Hörlein et al.* gemessenen Pulsdauer überein [157].

Die Intensität besitzt neben der zeitlichen Einhüllenden außerdem eine räumliche Einhüllende bzw. eine Intensitätsverteilung im Fokus. Dies führt zu einer räumlichen Abhängigkeit der Phase der CWE-Harmonischen. Dies ist gleichbedeutend mit einer räumlichen Phase  $\varphi(r)$  bzw. einer Krümmung der Wellenfront, was typischerweise zur einer Divergenz  $\Theta_{\text{CWE}} \approx 40 \text{ mrad}$  der CWE-Harmonischen im Cutoff-Bereich führt [158, 159].<sup>39</sup> Dies entspricht ungefähr dem doppelten Wert für die Divergenz, die durch Beugung des Gauß-Strahls bei einer Quellgröße  $w_n = \text{const.}$  auf den Wert  $\Theta_B = \Theta_L/n$  begrenzt ist. Hierbei ist  $\Theta_L$  die Divergenz der Fundamentalen.

---

<sup>39</sup>Hierbei wurde eine f/2-Fokussierung und 45° Einfall verwendet. Diese Parameter der Fokussierung sind vergleichbar zu den Experimenten am JETI-Laser.

### 3.2 Harmonische durch relativistisch oszillierende Spiegel (ROM)

Im Model nach *R. Lichters et al.* [1] werden ROM-Harmonische durch eine relativistische Oszillation  $x_{\text{ROM}}(t')$  der transversalen Stromdichte  $\vec{j}_{\perp}(x', t')$  nach Gl. 3.8 erzeugt. Bei schrägem Einfall wird das Plasma vor allem mit der Laserfrequenz  $\omega_L$  angeregt, sodass  $x_{\text{ROM}}(t') \propto \sin(\omega_L t')$  gilt.<sup>40</sup>

**Relativistischer Dopplereffekt:** Um den Einfluss der Retardierung bzw. des relativistischen Dopplereffekts zu verstehen, betrachte man zunächst ein Gedankenexperiment, bei dem ein Laserpuls unter senkrechtem Einfall von einem Spiegel reflektiert wird, der sich mit einer festen Geschwindigkeit  $\beta = v/c$  in Richtung des Laserpulses bewegt [68] (*relativistic mirror*, Abk.: RM). Man versetze sich nun in das mitbewegte Bezugssystem  $\mathfrak{R}^*$ , in dem der Spiegel ruht. Infolge der Lorentz-Transformation beträgt die im Spiegel angeregte Frequenz  $\omega_L^* = \sqrt{(1+\beta)/(1-\beta)} = \gamma(1+\beta)\omega_L$  [160]. Dies ist die Formel für den relativistischen Doppler-Effekt eines bewegten Empfängers. Für einen Beobachter in  $\mathfrak{R}^*$ , der sich auf der Spiegeloberfläche befindet, ist der Effekt der Retardierung nicht spürbar.

Für einen ruhenden Beobachter im Laborsystem  $\mathfrak{R}$  bewegt sich der Spiegel mit  $x_{\text{RM}} = vt'$  auf ihn zu und der Effekt der Retardierung nach Gl. 3.4 ist wirksam. Durch den relativistischen Doppler-Effekt einer bewegten Quelle,  $\omega_{\text{RM}} = \sqrt{(1+\beta)/(1-\beta)} = \gamma(1+\beta)\omega_L^*$ , beträgt die Frequenz des Lichts, das vom relativistisch bewegten Spiegel reflektiert wird:

$$\omega_{\text{RM}} = \frac{1+\beta}{1-\beta}\omega_L \quad \text{bzw.} \quad \omega^{\text{RM}} = 4\gamma^2\omega_L \quad \text{für} \quad \beta \rightarrow 1. \quad (3.9)$$

Die Frequenzkonversion an einem relativistisch bewegten Spiegel wurde von *A. Einstein* bereits in seinem ersten Werk zur Speziellen Relativitätstheorie im Jahr 1905 beschrieben [63].

Bei einem *relativistisch oszillierenden Spiegel* ist die Bewegung  $x_{\text{ROM}}(t')$  jedoch wesentlich komplexer und im Allgemeinen muss sogar die raumzeitliche Struktur von  $j_{\perp}(x', t')$  zur Berechnung des Spektrums  $I(\omega)$  berücksichtigt werden. Die transversale Stromdichte lässt sich z. B. aus PIC-Simulationen gewinnen und kann anschließend in Gl. 3.3 eingesetzt werden (s. Abb. 26 in Ref. [68]). Das auf diese Art berechnete Feld  $E_r(t)$  bzw. das Harmonischenspektrum  $I(\omega)$  entspricht dem Feld, welches direkt aus dem PIC-Code durch die Maxwell-Gleichungen berechnet wird.

Zur Modellierung der transversalen Stromdichte eines oszillierenden Spiegels betrachte man zunächst den Fall eines ruhenden Spiegels, der mit Licht der Frequenz  $\omega_L$  bestrahlt wird. Es gilt

$$j_{\perp}(x', t') = e^{-x'/L_s} e^{i\omega_L t'} \quad \text{für} \quad x' \geq 0. \quad (3.10)$$

<sup>40</sup>Durch den  $\vec{v} \times \vec{B}$ -Term in Gl. 2.8 bzw. infolge der relativistischen Bewegung des Elektrons nach Gl. 2.12 kann die Oberfläche allerdings auch mit  $2\omega_L$  und niedrigen Harmonischenordnungen oszillieren [1].

Die Stromdichte klingt dabei durch den Skin-Effekt nach Gl. 2.32 exponentiell ab. Eine relativistisch oszillierende Stromdichte kann mit einem heuristischen Ansatz

$$j_{\perp}(x', t') \propto x_{\text{ROM}}(t') e^{-\frac{(x' - x_{\text{ROM}}(t'))}{L_s}} e^{i\omega_L t'} \quad \text{für } x' \geq x_{\text{ROM}}(t') \quad (3.11)$$

näherungsweise beschrieben werden [68]. Die Verwendung von Gl. 3.11 und Gl. 3.3 wird im Folgenden als das *Stromdichtemodell* des ROM-Prozesses bezeichnet. Da man die transversale Stromdichte bzw. die Bewegung  $x_{\text{ROM}}(t')$  aus PIC-Simulationen erhalten kann, stellt dieses Modell den Übergang der PIC-Simulationen zum analytischen ROM-Modell dar, das im Folgenden vorgestellt wird.

**Modell des relativistisch oszillierenden Spiegels:** Zur Herleitung des ROM-Modells betrachte man das Stromdichtemodell nach Gl. 3.11. Es kann vereinfacht werden, indem man den Übergang zu einem perfekt leitenden Spiegel macht, d. h.  $\sigma \rightarrow \infty$  bzw.  $\omega_P \rightarrow \infty$  und  $L_s \rightarrow 0$ . Für den Punkt der Reflexion gilt dann die Beziehung<sup>41</sup>

$$E_i(x_{\text{ROM}}(t'), t') + E_r(x_{\text{ROM}}(t'), t') = 0, \quad (3.12)$$

wobei  $E_i$  und  $E_r$  die Komponenten des einfallenden bzw. des reflektierten Feldes sind [13, 86]. Nach dieser Gleichung löscht sich das einfallende Feld mit dem reflektierten Feld an der Plasmaoberfläche exakt aus. Für ein sinusförmiges Feld  $E_i(t) = E_0 \sin(\omega_L t - k_L x)$  wird das von einem ruhenden Beobachter gemessene, reflektierte Feld somit ausschließlich bezüglich der Phase moduliert und es ergibt sich das *ROM-Modell*

$$E_r(x, t) = E_0 \sin(\omega_L t + k_L x + 2k_L x(t')) \quad (3.13)$$

nach Ref. [1, 3, 103]. Man beachte, dass der Zeitpunkt der Reflexion  $t'$  und der Zeitpunkt der Beobachtung  $t$  mit einer impliziten Gleichung  $t(t') = t' - x(t')/c$  verknüpft ist. Deshalb muss das reflektierte Feld  $E_r$  nach Gl. 3.13 im Allgemeinen numerisch gelöst werden.

An dieser Stelle ist zu betonen, dass das ROM-Modell einer *Phasenmodulation* nach Gl. 3.13 zwar die Harmonischenspektren  $I(\omega)$  aus den PIC-Simulationen qualitativ reproduzieren kann [3], jedoch nicht das Feld im Zeitbereich  $E(t)$ . In PIC-Simulationen erkennt man bereits für moderat relativistische Intensitäten, dass die Amplitude des reflektierten Feldes  $E_r(t)$  diejenige des einfallenden Feldes  $E_i(t)$  überschreiten kann, d. h.  $\max|E_r(t)| > \max|E_i(t)|$  (s. Abb. 21) [10, 68]. Diese Feldüberhöhung kann mit einer Phasenmodulation nach Gl. 3.13 *nicht* beschrieben werden. Folglich muss zudem eine Amplitudenmodulation  $\mathcal{A}(t)$  vorhanden sein, die eine Feldüberhöhung verursachen kann.

<sup>41</sup>Dies ist eine Verallgemeinerung der Grenzbedingung einer perfekt leitenden Spiegeloberfläche für den Fall eines relativistisch bewegten Spiegels [161]. Gl. 3.12 ist eine Annahme und nicht allgemeingültig.

Zum Verständnis der Amplitudenmodulation kann wieder das Gedankenexperiment des mit  $v_{\text{RM}}$  gleichförmig bewegten, relativistischen Spiegels herangezogen werden. Beim relativistischen Spiegel wird die Erhöhung der Frequenz nach Gl. 3.9 beschrieben, was im Bild der Phasenmodulation nach Gl. 3.13 einem Term  $2k_L x(t') \simeq 2k_L v_{\text{RM}} t'$  entspricht. Bei der Reflexion an einem idealen Spiegel gilt allerdings auch die Erhaltung der Photonenzahl bzw. der Energie – ein Effekt, der bisher nicht berücksichtigt wurde. Die Erhaltung der Energie bei der Reflexion resultiert in einer zeitlichen Umverteilung der elektromagnetischen Energie in jedem optischen Zyklus und führt zu einer Änderung der Amplitude bei der Reflexion an einem Spiegel<sup>42</sup>

$$\frac{E_r}{\omega_r} = \frac{E_i}{\omega_L} \quad \text{bzw.} \quad E_r = \underbrace{\frac{1+\beta}{1-\beta}}_{\mathcal{A}(\beta)} E_i, \quad (3.14)$$

auf die bereits *A. Einstein* [63] und *W. Pauli* [160] hingewiesen haben. Die Frequenz der reflektierten Welle  $\omega_r$  wird hierbei nach Gl. 3.9 berechnet. Verallgemeinert man diese Amplitudenmodulation  $\mathcal{A}(\beta)$  für den Fall des relativistisch oszillierenden Spiegels, so ergibt sich das *erweiterte ROM-Modell*

$$E_r(t) = -E_i \underbrace{\left(t + 2\frac{x(t')}{c}\right)}_{\text{PM}} \underbrace{\mathcal{A}\left(\frac{\dot{x}(t')}{c}\right)}_{\text{AM}}. \quad (3.15)$$

Die Hinzunahme der Amplitudenmodulation in das ROM-Modell wurde in dieser Form erstmals in der Masterarbeit von *E. Eckner* eingeführt und begründet [162]. Das erweiterte ROM-Modell nach Gl. 3.15 wird als Ausgangspunkt für alle nachfolgenden Simulationen verwendet und kann mit einem iterativen Verfahren mit beliebiger Genauigkeit berechnet werden [162]. Das erweiterte ROM-Modell berücksichtigt auf diese Weise sowohl Retardierung als auch Photonenzahlerhaltung. Physikalisch sind diese Effekte zwar untrennbar mit dem ROM-Prozess verbunden, der Einfluss der Amplitudenmodulation und der Retardierung lässt sich allerdings mathematisch untersuchen, indem man  $\mathcal{A} = 1$  bzw.  $t' = t$  in Gl. 3.15 einsetzt. Infolge dieser Vereinfachung ergibt sich sogar eine analytische Lösung des reflektierten Feldes

$$E_r(t) = E_i \left(t + 2\frac{x(t)}{c}\right) = E_0 \exp(i(\omega_L t + 2k_L x(t))) \quad (3.16)$$

$$\approx E_0 \exp(i(\omega_L t + 2k_L x_L \sin(\omega_L t + \varphi_{\omega_L}))) \quad (3.17)$$

$$= E_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \exp(in\omega_L t + \varphi_n), \quad (3.18)$$

<sup>42</sup>Mit Erhaltung der Photonenzahl kann dies einfach gezeigt werden.

wobei die Amplituden der Harmonischen

$$a_n = J_n(-2\omega_L a_{\omega_L}) \quad (3.19)$$

durch Bessel-Funktionen  $J_n$  erster Art und  $n$ -ter Ordnung gegeben sind [162, 163]. Der Harmonischenabfall mit  $J_n$  ist jedoch wesentlich steiler als das Harmonischenspektrum, das mit dem erweiterten ROM-Modell berechnet wurde. Insbesondere der Effekt der Retardierung ist verantwortlich für einen flachen Abfall der Harmonischen bzw. eine hohe Effizienz [3, 162]. Die Retardierung trägt somit maßgeblich zur Nichtlinearität des ROM-Prozesses bei.

**BGP-Modell:** Von *T. Baeva*, *S. Gordienko* und *A. Pukhov* wurde ausgehend von Gl. 3.12 ein Modell entwickelt (Abk.: BGP-Modell), mit dem man den spektralen Abfall der ROM-Harmonischen im ultrarelativistischen Grenzfall beschreiben kann [13, 70]. Die Effizienz der ROM-Harmonischen folgt dabei einem Potenzgesetz

$$\eta_{\text{BGP}} \propto (\omega_n/\omega_L)^{-8/3}. \quad (3.20)$$

Im Grenzfall ultrarelativistischer Intensitäten stimmt der spektrale Verlauf von  $\eta_{\text{BGP}}$  sehr gut mit 1D-PIC-Simulationen überein. Dieser Abfall mit einer Potenz wird bis zu einer bestimmten Harmonischenfrequenz  $\omega_{\text{ro}}$  beobachtet, ab der das Spektrum exponentiell abfällt (*roll-off frequency*, Abk.: RO). Diese charakteristische Frequenz hängt mit

$$\omega_{\text{ro}} \propto \gamma_{\text{ROM}}^3 \quad (3.21)$$

ausschließlich vom maximalen  $\gamma$ -Faktor der oszillierenden Plasmastufe  $\gamma_{\text{ROM}}$  ab,<sup>43</sup> sodass höhere Werte für  $\gamma_{\text{ROM}}$ , die man mit höheren Intensitäten erreichen kann, zu immer höheren Harmonischen mit der Effizienz  $\eta_{\text{BGP}}$  führen. Erste Experimente bei ultrarelativistischen Intensitäten scheinen die Skalierungsgesetze der ROM-Harmonischen nach dem BGP-Modell zu bestätigen [9, 149]. Der flache Abfall des Harmonischenspektrums nach dem BGP-Modell hat Anlass dazu gegeben, dass ROM-Harmonische als vielversprechende Quelle von intensiven Attosekundenpulsen angesehen werden [3, 9].

Bei moderat relativistischen Intensitäten ist die BGP-Theorie für eine Vorhersage des ROM-Spektrums bzw. der im Experiment zu erwartenden Effizienz allerdings ziemlich ungeeignet. Zum einen kann man  $\gamma_{\text{ROM}}$  relativ schlecht mit Hilfe von PIC-Simulationen

<sup>43</sup>Durch den nichtstationären Charakter der oszillierenden Plasmaoberfläche gegenüber dem gleichförmig bewegten Spiegel relativistischen Spiegel skaliert die Rolloff-Frequenz mit  $\omega_{\text{ro}} \propto \gamma_{\text{ROM}}^3$  anstatt mit  $4\gamma_{\text{RM}}^2$ . Die noch vorteilhaftere Erzeugung hoher Frequenzen durch den oszillierenden Spiegel kann auf die zeitliche Konzentration des relativistischen Doppler-Effekts auf eine kurze Zeitspanne  $\Delta \propto 1/\Delta\omega$  zurückgeführt werden [9].

bestimmen. Zum anderen wirkt sich durch die Skalierung  $\omega_{\text{ro}} \propto \gamma_{\text{ROM}}^3$  eine Fehleinschätzung von  $\gamma_{\text{ROM}}$  sehr stark auf die Abschätzung von  $\omega_{\text{ro}}$  aus. Der nach der BGP-Theorie zu erwartende spektrale Verlauf der ROM-Harmonischen liegt deshalb zwischen dem Abfall  $\eta_{\text{BGP}} \propto (\omega/\omega_L)^{-8/3}$  (gleichbedeutend mit hoher Effizienz) und exponentiellem Abfall (gleichbedeutend mit niedriger Effizienz).

Alle analytischen Modelle des ROM-Mechanismus, die hier vorgestellt wurden, haben den gemeinsamen Schwachpunkt, dass man zur Bestimmung des Harmonischenspektrums die Bewegung der Plasmaoberfläche  $x_{\text{ROM}}(t')$  bzw.  $\gamma_{\text{ROM}}$  kennen muss. Mit den Modellen selbst lässt sich die Abhängigkeit des Harmonischenspektrums von den Laser- und Plasmaparametern außerdem nicht direkt behandeln. Die parametrische Abhängigkeit des ROM-Prozesses, z. B. von der Plasmaskalenlänge  $L_P$ , des Einfallswinkels  $\theta$  oder der maximalen Elektronendichte  $n_e^{\text{max}}$ , muss im Allgemeinen mit PIC-Simulationen untersucht werden [68].

## 4 Bestimmung der Effizienz der ROM-Harmonischen

Nach der vorangegangenen Diskussion der theoretischen Modelle kann man zu zwei Schlussfolgerungen kommen: Zum einen legt das BGP-Modell nahe, dass die Erzeugung der ROM-Harmonischen sehr effizient ist. Zum anderen könnte man meinen, dass die kürzesten Plasmaskalenlängen bzw. stufenförmige Plasmen ideal für eine effiziente Erzeugung von ROM-Harmonischen seien, da dies dem Ausgangspunkt der Modelle am nächsten kommt. In diesem Kapitel werden Experimente beschrieben, die zur Überprüfung dieser Paradigmen durchgeführt wurden.

Die ROM-Harmonischen werden dazu mit dem JETI-Lasersystem (800 nm) und unterschiedlichem Pulscontrast erzeugt [7, 12]. Der experimentelle Aufbau zur Messung der Effizienz der ROM-Harmonischen ist schematisch in Abb. 12 dargestellt. Zur Justage des Aufbaus wird zunächst der Schwerpunkt des Laserstrahlprofils mit einem sichtbaren Dauerstrichlaser überlagert. Der Aufbau wird dabei so justiert, dass der Schwerpunktstrahl in die Öffnung des XUV-Spektrometers einfällt. Das Strahlprofil der Harmonischen niedriger Ordnung kann außerdem mit Hilfe eines Schirms gemessen werden, indem das daran gestreute Licht mit einer CCD-Kamera detektiert wird. Dieser Schirm besitzt in der Mitte ein Loch, sodass die XUV-Strahlung ungehindert in das XUV-Spektrometer gelangen kann. Diese Diagnostik, die das Strahlprofil des reflektierten Laserstrahls bzw. der niedrigen Harmonischenordnungen abbildet, hat sich als besonders nützlich erwiesen: Zum einen kann damit der Schwerpunkt des Harmonischenstrahls präzise in die Spektrometeröffnung justiert werden. Zum anderen dient diese Strahldiagnostik während des Experiments als grobes Maß für die Divergenz der Harmonischenstrahlung. Eine erhöhte Divergenz des reflektierten Laserpulses ist dabei ein wichtiger Indikator für ein stark ausgedehntes Vorplasma bzw. einen unzureichenden Pulscontrast [164].

Zur Detektion der Harmonischenstrahlung werden zwei XUV-Spektrometer verwendet. Das XUV-Spektrometer 1 (im Folgenden auch *abbildendes Spektrometer* genannt) besteht aus einem Toroidspiegel, welcher die nahezu punktförmige XUV-Quelle auf eine im XUV sensitive CCD-Kamera abbildet [165]. Ein Transmissionsgitter mit 1000 Linien/mm wirkt als dispersives Element. Zum Schutz der XUV-Optiken und der CCD-Kamera sowie zur Vermeidung der Detektion von Streulicht werden die Fundamentale und die intensiven niedrigen Harmonischenordnungen im optischen Spektralbereich mit dünnen Folien aus Aluminium oder Zirkon gefiltert.<sup>44</sup> Die Transmission der Aluminium-Filter mit einer Dicke

<sup>44</sup>Aluminiumfilter mit einer Dicke von 200 nm unterdrücken optisches Licht bereits mit einer Extinktion von  $\approx 10^{-4}$ , wenn keine Löcher in der Folie vorhanden sind. Diese entstehen allerdings während des Experiments und werden durch schnelle Partikel (*Debris*) infolge der Laser-Plasma-Wechselwirkung verursacht. Für absolute Messungen der Harmonischeneffizienz werden deshalb zwei hintereinander angeordnete Filterfolien verwendet. Somit wird das von der ersten, durchlöcherten Folie gestreute Licht von der zweiten Folie herausgefiltert. Mit Hilfe von zwei Folien ist kein Streulicht auf der 16 bit CCD-Kamera detektierbar.

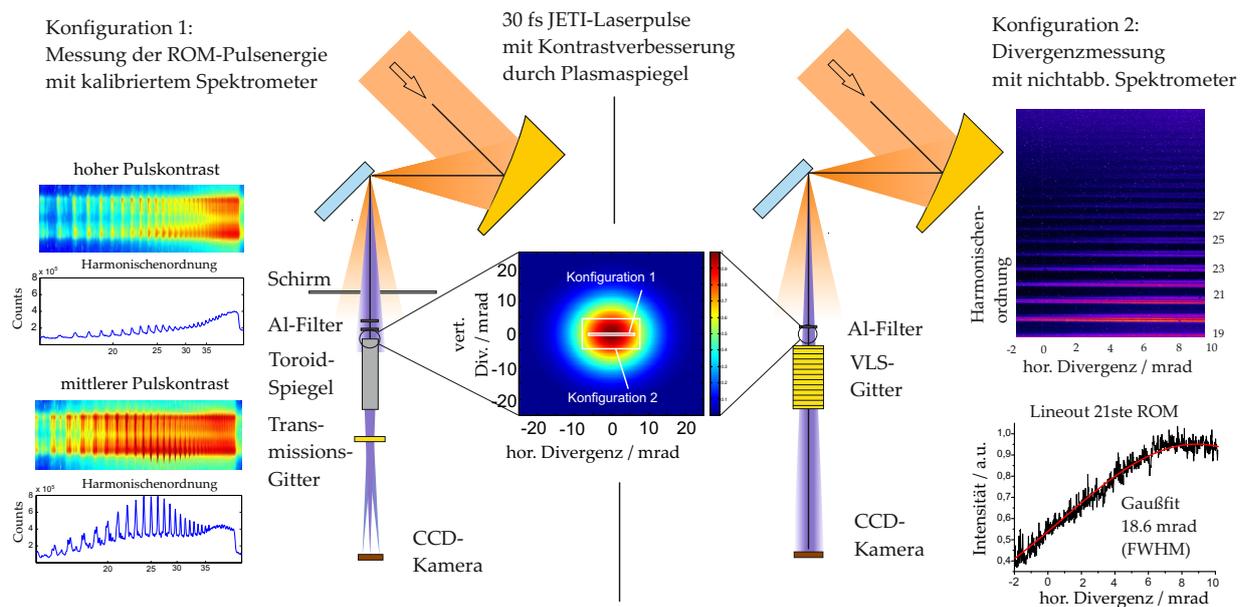


Abbildung 12: **Messung der ROM-Harmonischen mit einem kalibrierten XUV-Spektrometer (links):** Die Harmonischenstrahlung wird an einer Glas- bzw. Plastikoberfläche erzeugt (Pulse mit Zentralwellenlänge von 800 nm, Kontrastverbesserung durch Plasmaspiegel) und mit einem kalibrierten XUV-Spektrometer detektiert. Bei der Verwendung von Plastikoberflächen liegt die maximale Ordnung der CWE-Harmonischen bei  $\omega_P \simeq 14\omega_L$  und damit unterhalb des spektralen Fensters, das mit dem verwendeten XUV-Spektrometer vermessen werden kann. Alle hier dargestellten Harmonischen können somit als Harmonische durch den ROM-Prozess identifiziert werden. Die Experimente wurden sowohl mit mittlerem als auch mit hohem Pulscontrast durchgeführt. Das stärkste Harmonischensignal konnte mit mittlerem Pulscontrast bzw.  $L_P \simeq \lambda/5$  gemessen werden.

**Messung der Divergenz des Harmonischenstrahls (rechts):** Horizontale Winkelverteilung der Harmonischen bei einer Plasmaskalenlänge  $L_P \leq \lambda/10$ : Die Winkelverteilung wird für jede der Harmonischen mit einer Gaußfunktion gefittet. Für die 21ste Harmonische ist diese Vorgehensweise aufgezeigt. Die horizontale Divergenz ist für alle detektierten ROM-Harmonischenordnungen nahezu identisch und beträgt etwa 19 mrad (FWHM).

von 200 nm wurde im Vorfeld von *D. Hemmers et al.* an einer stabilen breitbandigen XUV-Quelle vermessen [166]. Die gemessene Transmissionskurve dieser Filter stimmt sehr gut mit den tabellierten Transmissionwerten aus *Henke et al.* [167] bei einer Zusammensetzung  $\text{Al}_2\text{O}_3$  überein [74].

In den Experimenten mit hohem und mittlerem Kontrast können ROM-Harmonische bis zur Absorptionskante des Aluminium-Filters bei 73 eV bzw. 17 nm erzeugt werden. Im Bereich der Absorptionskante können die Harmonischen allerdings nur schwer von der breitbandigen, thermischen Plasmastrahlung unterschieden werden. Harmonische oberhalb der Absorptionskante von Aluminium werden bei der Verwendung von Zirkon-Filtern nur extrem unregelmäßig beobachtet und sind – wenn überhaupt sichtbar – kaum vom Untergrund zu trennen.

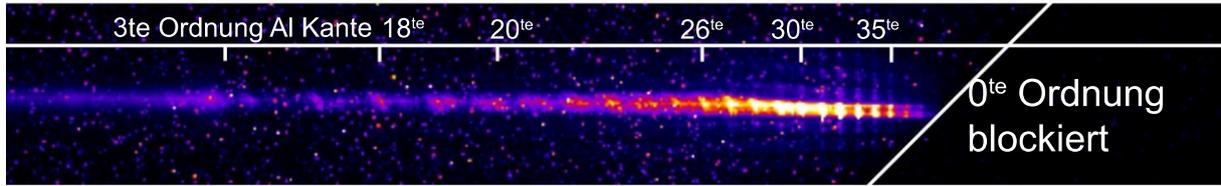


Abbildung 13: **Messung von ROM-Harmonischen mit niedrigem Pulscontrast** [8]: Ohne den Plasmaspiegelaufbau ist der Pulscontrast relativ niedrig und führt nach Abschnitt 2.6.2 zu stark ausgedehnten Plasmaskalenlängen  $L_P \gg \lambda$ . Das hier dargestellte Harmonischensignal ist relativ stark, konnte aber nur sehr vereinzelt gemessen werden.

Das stärkste Signal von ROM-Harmonischen wird mit mittlerem Pulscontrast bzw. mit einer Plasmaskalenlänge  $L_P \simeq \lambda/5$  beobachtet. Die Verwendung von Plastik- oder Glasoberflächen führt bei den hier verwendeten Plasmaskalenlängen  $L_P \simeq \lambda/10 \dots \lambda/5$  zu einem nahezu identischen ROM-Harmonischensignal. Überraschenderweise konnten ROM-Harmonische auch mit niedrigem Pulscontrast bzw. langen Plasmaskalenlängen detektiert werden [7, 8]. Die Erzeugung von ROM-Harmonischen mit ausgedehnten Plasmadichtegradienten ist allerdings sehr instabil, wenngleich mitunter ein sehr starkes Signal gemessen werden kann (s. Abb. 13).

Bei der Verwendung von Glasoberflächen können außerdem CWE-Harmonische im Cutoff-Bereich ( $\omega_{co}^{Glas} = 19\omega_L$ ) detektiert werden. Es hat sich herausgestellt, dass CWE-Harmonische nur mit hohem Pulscontrast bzw.  $L_P \leq \lambda/10$  effizient erzeugt werden. Diese Beobachtung bestätigt die Diskussion in Abschnitt 3.1, nach der man eine effiziente Erzeugung von CWE-Harmonischen nur bei kurzen Plasmaskalenlängen erwarten kann. Die Experimente zeigen außerdem, dass die CWE-Harmonischen eine relativ komplexe, spektrale Substruktur besitzen können, die auf den in Abschnitt 3.1 diskutierten Effekt eines Attosekundenpulszugs mit ungleichem Pulsabstand zurückzuführen sind [142].

Im Folgenden wird die Effizienz  $\eta = E_{n\omega}/E_\omega$  untersucht, wobei  $E_\omega$  die Pulsenergie des treibenden Lasers und  $E_{n\omega}$  die Pulsenergie der n-ten Harmonischen bezeichnet. Zur Bestimmung von  $E_{n\omega}$  wurde das abbildende XUV-Spektrometer bezüglich der absoluten Sensitivität an einer Synchrotron-Strahlungsquelle kalibriert [4] (s. Anhang 10.1). Mit Hilfe dieser Kalibrierung kann die Photonenzahl bzw. die Pulsenergie der XUV-Strahlung gemessen werden, die von diesem Spektrometer im Raumwinkel  $\Omega$  detektiert wird. Die Geometrie des verwendeten Toroidspiegels beschränkt dabei die Detektion der Harmonischen auf  $\Omega = 8 \text{ mrad} \times 6 \text{ mrad}$ . Da die Harmonischen jedoch eine weitaus größere Divergenz besitzen, wird nur ein bestimmter Teil des Harmonischenstrahls vom kalibrierten Spektrometer gemessen. Zur Bestimmung der Pulsenergie  $E_{n\omega}$  muss deshalb auch die Divergenz des Harmonischenstrahls gemessen werden, sodass der Anteil der Harmonischenstrahlung bestimmt werden kann, der vom kalibrierten Spektrometer detektiert wird [12].

Zu diesem Zweck wird das XUV-Spektrometer 2 verwendet, das aus einem Reflexionsgitter [168] besteht, welches in der horizontalen Ebene nicht fokussiert.<sup>45</sup> Dieses Gitter besitzt einen variierenden Gitterlinienabstand (*variable line spacing*, Abk.: VLS)<sup>46</sup> und erlaubt eine spektrale Auflösung durch die Fokussierung der Harmonischenordnungen in der vertikalen Ebene. Die XUV-Strahlung wird mit einer CCD-Kamera detektiert, mit der das horizontale Strahlprofil der Harmonischen in einem Winkelbereich von 12 mrad gemessen werden kann.<sup>47</sup> Durch einen Fit mit einer Gaußfunktion kann die horizontale Divergenz (FWHM-Breite) der einzelnen Harmonischenordnungen bestimmt werden (s. Abb. 12 rechts). Bei der Verwendung des hohen Pulskontrasts stellt sich heraus, dass die detektierten ROM-Harmonischen eine Divergenz von  $\approx 19$  mrad (FWHM) besitzen. Dieses Ergebnis ist in guter Übereinstimmung mit der Divergenz, welche bei kurzen Skalenlängen  $L_P \leq \lambda/10$  und vergleichbarer Fokussierung mit dem ASTRA Lasersystem am Rutherford Appleton Laboratory [158, 169] bzw. mit dem Hochintensitätslaser am CEA Saclay gemessen wurde [6]. Eine konstante Divergenz für die unterschiedlichen Harmonischen ist charakteristisch für ROM-Harmonische und wird durch die vom Strahlungsdruck gekrümmte Plasmaoberfläche verursacht, welche die Harmonischenstrahlung fokussiert und die Divergenzeigenschaften maßgeblich prägt [158, 170].<sup>48</sup> Bei mittlerem Kontrast bzw. einer Plasmaskalenlänge  $L_P \simeq \lambda/5$  erhöht sich die Divergenz der ROM-Harmonischen auf  $\approx 26$  mrad. Die Divergenz der CWE-Harmonischen liegt in der Größenordnung von 40 mrad.<sup>49</sup>

Mit Hilfe der Divergenzmessung der Oberflächenharmonischen kann nun der Anteil des Harmonischenstrahls bestimmen werden, der vom kalibrierten Spektrometer detektiert wird, sodass sich die Pulsenergie  $E_{n\omega}$  pro Harmonischenordnung berechnen lässt. Die Pulsenergie der CWE-Harmonischen beträgt einige  $10 \mu\text{J}$  und es ergibt sich für den CWE-Prozess eine relativ hohe Effizienz  $\eta_{\text{CWE}} = E_{n\omega}/E_\omega \approx 10^{-4}$ . Dieser Wert für die CWE-Effizienz wird durch PIC-Simulationen bestätigt (s. Abb. 11).

<sup>45</sup>Die Oberfläche des Gitters besitzt eine leichte Krümmung mit einem Radius von 5650 mm. Es kann leicht ausgerechnet werden, dass für den hier verwendeten, streifenden Einfall keine signifikante Fokussierung in der horizontalen Ebene auftritt. Das Gitter kann für die Auswertung der Winkelverteilung als eben betrachtet werden.

<sup>46</sup>Das Reflexionsgitter besitzt außerdem einen Blaze-Winkel (die Gitterstufen besitzen eine optimierte Keilform), sodass die Beugungseffizienz für XUV-Strahlung der Wellenlänge 13 nm optimiert ist.

<sup>47</sup>Zum Schutz der XUV-Optiken und der CCD-Kamera wird ein einziger 200 nm Aluminium-Filter eingesetzt. Um eine Zerstörung des Filters zu vermeiden, darf die Filter-Folie keinen zu hohen Laserintensitäten ausgesetzt sein. Das Spektrometer 2 wird deshalb so angeordnet, dass die Filterfolie einen Abstand von etwa 80 cm zum Laserfokus besitzt. Aufgrund dieser relativ großen Entfernung erlaubt die Abmessung der CCD-Kamera die Aufnahme des horizontalen Strahlprofils der Harmonischen in einem kleinen Winkelbereich von nur 12 mrad.

<sup>48</sup>Simulationen zeigen bei Parametern, wie sie am JETI und ASTRA Laser zur Verfügung stehen, eine Fokussierung der ROM-Harmonischen auf einen etwa 200  $\mu\text{m}$  von der Plasmaoberfläche entfernten Punkt [169].

<sup>49</sup>Aufgrund des geringen Messbereichs der horizontalen Winkelverteilung von 12 mrad ist dies eine sehr grobe Messung.

Die Pulsenergien  $E_{n\omega}$  von zwei ausgewählten ROM-Harmonischen sind in Tab. 5 dargestellt. Für die 17te ROM-Harmonische beträgt die Pulsenergie  $3 - 24 \mu\text{J}$ , während für die 21ste ROM-Harmonische ein Wert von  $0,3 - 2,7 \mu\text{J}$  gemessen werden konnte. Für einen Vergleich der experimentell bestimmten Effizienz mit der spektralen Energiedichte aus den 1D-PIC-Simulationen muss allerdings berücksichtigt werden, dass ein bestimmter Anteil der Pulsenergie im Experiment nicht auf relativistische Intensitäten bzw.  $a_0 \geq 1$  fokussiert wird (s. Abb. 2) und nicht zur Erzeugung der ROM-Harmonischen beiträgt. Zur Bestimmung der ROM-Effizienz wird deshalb nur der Anteil der Pulsenergie  $E_\omega \simeq 300 \text{ mJ}$  verwendet, der auf relativistische Intensitäten fokussiert wird. Dies führt zu einer Effizienz von  $0,1 - 1 \cdot 10^{-5}$  für die 21ste ROM-Harmonische bzw.  $0,1 - 1 \cdot 10^{-4}$  für die 17te Harmonische. Die experimentell bestimmte Effizienz der ROM-Harmonischen bzw. der spektrale Verlauf ist in Abb. 14 dargestellt. Man erkennt eine niedrige Effizienz der hohen Ordnungen bzw. einen exponentiellen Abfall der ROM-Harmonischen. Die ROM-Effizienz bei der optimalen Plasmaskalenlänge  $L_P^{\text{ROM}} = \lambda/5$  ist in diesem Spektralbereich vergleichbar mit derjenigen von Gasharmonischen bei optimalen Erzeugungsparametern [171].

$L_P$	Harmonischenordnung	Divergenz $\Theta_n$	Pulsenergie $E_{n\omega}$	Effizienz $\eta = E_{n\omega}/E_\omega$
$\lambda/10$	17	18,6 mrad	$3 \mu\text{J}$	$10^{-5}$
$\lambda/10$	21	18,6 mrad	$0,3 \mu\text{J}$	$10^{-6}$
$\lambda/5$	17	$\approx 26 \text{ mrad}$	$24 \mu\text{J}$	$10^{-4}$
$\lambda/5$	21	$\approx 26 \text{ mrad}$	$3 \mu\text{J}$	$10^{-5}$

Tabelle 5: **Effizienz der ROM-Harmonischen bei kurzer und mittlerer Plasmaskalenlänge:** Die Pulsenergie pro Harmonischer liegt in der Größenordnung von  $0,1 - 10 \mu\text{J}$ . Daraus resultiert eine Effizienz von  $10^{-6} - 10^{-4}$  für die angegebenen ROM-Harmonischen.

Die experimentelle Beobachtung einer optimalen Plasmaskalenlänge bzw. eines optimalen Pulskontrasts stellt insofern eine Überraschung dar, da die bisherigen Experimente zur effizienten Erzeugung von ROM-Harmonischen stets die kürzestmöglichen Plasmaskalenlängen bzw. den bestmöglichen Pulskontrast erfordert haben. In bisherigen Experimenten wurden effiziente ROM-Harmonische nur mit dem jeweils höchstmöglichen Pulskontrast durch Plasmaspiegel [6, 9, 158, 172] oder mit frequenzverdoppelten Pulsen [5, 64] erzeugt. Die hier vorgestellten Experimente haben erstmals eine Reduktion der Effizienz von ROM-Harmonischen bei *zu kurzen* Plasmaskalenlängen bzw. *zu hohem* Pulskontrast gezeigt.

## 4.1 Diskussion der ROM-Effizienz und der Abhängigkeit von der Plasmaskalenlänge

Die Messung der Effizienz der ROM-Harmonischen für unterschiedliche Plasmaskalenlängen hat gezeigt, dass beide Thesen, die am Anfang von Kapitel 4 aufgestellt wurden, korrigiert werden müssen:

1. Zum einen hat das Experiment gezeigt, dass zu kurze Plasmaskalenlängen  $L_P \leq \lambda/10$  für eine effiziente Erzeugung der ROM-Harmonischen nicht optimal sind. Stattdessen gibt es eine Plasmaskalenlänge  $L_P^{\text{ROM}} \simeq \lambda/5$ , bei der die ROM-Harmonischen mit der höchsten Effizienz erzeugt werden können.
2. Zum anderen wird selbst bei optimierter Plasmaskalenlänge ein exponentieller Abfall der ROM-Harmonischen gemessen. Die gemessene Effizienz der ROM-Harmonischen ist vergleichbar mit der von Gasharmonischen im betrachteten Spektralbereich. Die vom BGP-Modell vorhergesagte Effizienz  $\eta_{\text{BGP}}$  wird bei moderat relativistischen Intensitäten um Größenordnungen verfehlt.

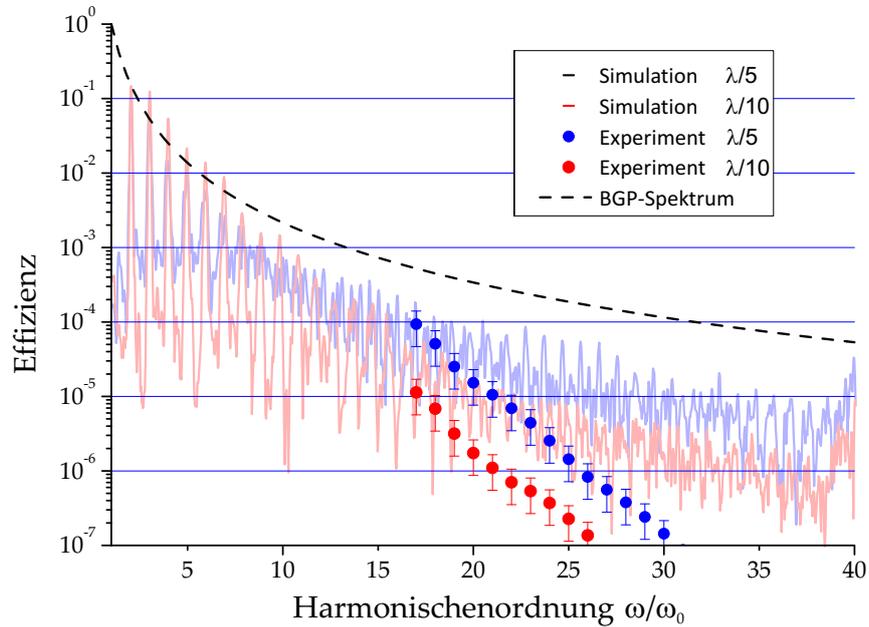


Abbildung 14: **Vergleich der gemessenen Effizienz der ROM-Harmonischen gegenüber der spektralen Energiedichte aus 1D-PIC-Simulationen [12]:** Die optimale Effizienz der ROM-Harmonischen wurde bei einer mittleren Plasmaskalenlänge  $L_P^{\text{ROM}} \simeq \lambda/5$  erreicht. Sie übertrifft die Effizienz bei der kurzen Plasmaskalenlänge von  $\lesssim \lambda/10$  um etwa eine Größenordnung. Die größten Beiträge für den Fehler der Messung sind die Ungenauigkeit der Divergenzmessung  $\Delta\eta_\theta/\eta = 30\%$  und die Ungenauigkeit der Kalibrierung von 20%. Die Effizienz kann mit der spektralen Energiedichte  $I(\omega)$  verglichen werden, die sich mit Hilfe von PIC-Simulationen für die geschätzten Laser- und Plasmaparameter ergibt ( $a_0 = 3,5$ ,  $\theta = 45^\circ$  p-Polarisation,  $n_e^{\text{max}} = 200n_c$ ).

Im Folgenden werden die möglichen Gründe diskutiert, die zu beiden Ergebnissen führen.

**Abhängigkeit der ROM-Effizienz von der Plasmaskalenlänge:** Für einen Vergleich der experimentellen Daten mit Simulationen wurde der 1D-PIC-Code LPIC benutzt. Die Parameter der Simulation sind:  $a_0 = 3,5$ ,  $n_e = 200n_c$  für Plastik-beschichtete Targets und  $n_e = 400n_c$  für Glasoberflächen. Die spektrale Energiedichte  $I(\omega)$  der Harmonischen ist in Abb. 14 für die jeweiligen Plasmaskalenlängen dargestellt. Zunächst erkennt man, dass die 1D-PIC-Simulationen das experimentelle Resultat einer effizienteren Erzeugung der ROM-Harmonischen bei der größeren Plasmaskalenlänge bestätigen.

Zur Untersuchung der parametrischen Abhängigkeit der Plasmaskalenlänge wurde eine Reihe von 1D-Simulationen durchgeführt. Die integrierte, spektrale Energiedichte  $\eta_{\text{ROM}} = \int_{15\omega_L}^{\infty} I(\omega) d\omega / I_L$  ist in Abb. 15 dargestellt. Die Beobachtung einer optimalen Plasmaskalenlänge bei  $L_P^{\text{ROM}} = \lambda/5$  bzw. ein Abfall der ROM-Effizienz für Plasmaskalenlängen  $L_P \leq \lambda/10$  stimmt auch in diesem Fall gut mit den experimentellen Resultaten überein.

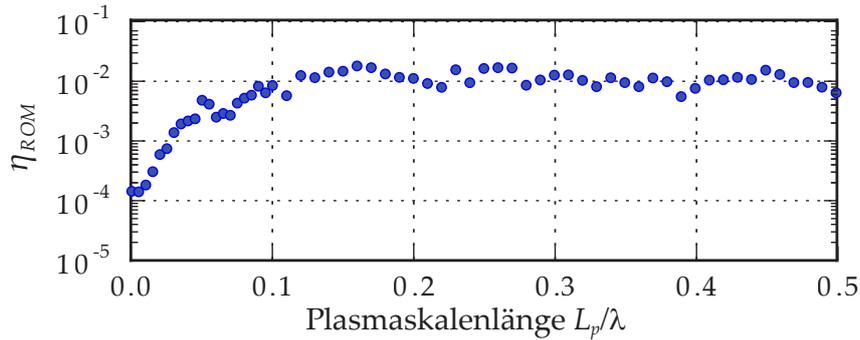


Abbildung 15: **Parametrische Abhängigkeit der ROM-Effizienz von der Plasmaskalenlänge [12]:** Mit dem 1D-PIC-Code LPIC wurde die Effizienz der Harmonischen  $\eta_{\text{ROM}} = \int_{15\omega_L}^{\infty} I(\omega) d\omega / I_L$  in Abhängigkeit von der Plasmaskalenlänge  $L_P$  untersucht. Die übrigen Laser- und Plasmaparameter ( $a_0 = 3,5$ ,  $\theta = 45^\circ$  p-Polarisation,  $n_e^{\text{max}} = 200n_c$ ,  $T_{e,0} = 0$  eV, unbewegliche Ionen) sind konstant.

Die beobachtete Abnahme der ROM-Effizienz bei kurzen Plasmaskalenlängen kann durch zwei Effekte erklärt werden [12]:

1. **Reduktion des Laserfeldes an der kritischen Dichte für sehr steile Plasmarampen:** Die Feldstärke an der kritischen Dichte wird nach Abschnitt 2.5 für sehr kleine Plasmaskalenlängen reduziert. Eine niedrigere Feldstärke an der kritischen Dichte bewirkt eine geringere Oszillationsamplitude des ROM und führt somit zu einer niedrigeren Effizienz für sehr kurze Plasmaskalenlängen. Die in Abb. 7 dargestellte Abhängigkeit  $|E_{\text{krit}}|/|E_{\text{FS}}|$  macht allerdings deutlich, dass es für Plasmaskalenlängen  $L_P \gtrsim \lambda/20$  de facto keine signifikante Reduktion des Laserfeldes an der

kritischen Dichte  $E_{\text{krit}}$  gegenüber dem Laserfeld im freien Raum  $E_{\text{FS}}$  mehr gibt [12]. Dieser Effekt kann demzufolge nicht allein für eine Reduktion der ROM-Effizienz bei niedrigen Plasmaskalenlängen verantwortlich sein.

2. **Erhöhung der rücktreibenden, elektrostatischen Kraft für kurze Plasmadichtegradienten:** Nach der Diskussion in Abschnitt 2.6.2 werden die Elektronen an der Plasmaoberfläche bei der Bewegung durch die Coulombkraft des unbeweglichen Ionenhintergrunds zurückgehalten. Für eine gegebene Auslenkung lässt sich diese rücktreibende Kraft durch die Integration der Poisson-Gleichung  $d^2\phi/dx^2 = \frac{e}{\epsilon_0}(n_e(x) - \tilde{Z}n_i(x))$  ausrechnen. Im Grenzfall einer stufenförmigen Ionendichte und der Auslenkung einer Plasmastufe  $n_e(x)$  ist die Kraft dabei direkt proportional zur maximalen Dichte  $n_e^{\text{max}}$ . Im Grenzfall extrem langer Rampen ist die rücktreibende Kraft an der kritischen Dichte dagegen vernachlässigbar. Im relevanten Fall mittlerer Plasmaskalenlängen hängt die rücktreibende Kraft in komplexer Weise vom Plasmadichteprofil und von der Amplitude der ROM-Oszillation ab. Es gilt dabei allerdings allgemein, dass je dichter und steiler die Plasmarampe ist, desto höher ist die rücktreibende, elektrostatische Kraft und desto geringer ist die Oszillationsamplitude bzw.  $\gamma_{\text{ROM}}$  der vom Laserfeld getriebenen Plasmaoberfläche. Eine geringere Oszillationsamplitude bzw.  $\gamma_{\text{ROM}}$  führt zwangsläufig zu einer geringeren Erzeugung der ROM-Harmonischen für kurze Plasmaskalenlängen [12, 64].

**Diskussion der niedrigen Effizienz der ROM-Harmonischen:** Vergleicht man die experimentelle Effizienz mit den 1D-PIC-Simulationen in Abb. 14, so erkennt man eine deutlich geringere Effizienz und einen steilen, exponentiellen Abfall für höhere Harmonischenordnungen im Experiment. Die Effizienz der BGP-Theorie  $\eta_{\text{BGP}}$  wird außerdem um Größenordnungen verfehlt. Es ist davon auszugehen, dass die in Abschnitt 3.2 diskutierte Rolloff-Frequenz  $\omega_{\text{ro}}$  bzw.  $\gamma_{\text{ROM}}$  bei den moderat relativistischen Intensitäten des Experiments sehr niedrig ist. Die Intensität im Experiment ist demzufolge zu niedrig, um Werte von  $\omega_{\text{ro}}$  bzw.  $\gamma_{\text{ROM}}$  zu erreichen, die eine Überprüfung des BGP-Spektrums  $\eta_{\text{BGP}} \propto (\omega/\omega_L)^{-8/3}$  erlauben würden.

Die Diskrepanz zwischen den Ergebnissen des Experiments und den Simulationen könnte verschiedene Ursachen haben:

1. Die Intensität der Laserpulse im Experiment wurde überschätzt: Die Spitzenintensität im Experiment ist nicht direkt messbar und kann lediglich mit der gemessenen Pulsdauer, der Pulsenergie und Fokusverteilung geschätzt werden. Raumzeitliche Kopplungen des Laserpulses wie beispielsweise Pulsfrontverkipfung [173] könnten die Spitzenintensität prinzipiell verringern. Mit der vorhandenen Diagnostik können solche Effekte nicht gemessen werden.

2. Zwar ist MULTI-FS ein Simulationscode, welcher zur Berechnung der hydrodynamischen Expansion sehr gut geeignet ist. Allerdings wurden die Plasmaskalenlängen nicht direkt durch Messungen verifiziert. Eine mögliche Erklärung für die Diskrepanz könnte sein, dass die Plasmaskalenlängen in Wirklichkeit kürzer sind als von MULTI-FS berechnet. Da MULTI-FS bereits zu Beginn der Simulation eine leicht ionisierte Plasmaoberfläche verwendet und die Ionisation des Dielektrikums nicht korrekt behandelt wird, ist anzunehmen, dass die Plasmaskalenlängen in den Simulationen mit MULTI-FS eher überschätzt werden. Außerdem wird das in Abschnitt 2.6.2 diskutierte *profile-steepening* bzw. *hole boring* von MULTI-FS nicht korrekt modelliert, was im Allgemeinen zu steileren Plasmadichtegradienten führt.

Kürzlich veröffentlichte, experimentelle Resultate von *S. Kahaly et al.* zeigen eine gleichzeitige Messung der Plasmaskalenlänge und der ROM-Harmonischen in einem vergleichbaren Experiment [118]. Bei diesem Experiment wurde die Plasmaskalenlänge durch einen kontrollierbaren Vorpuls systematisch verändert. Diese Messungen deuten allerdings eher auf eine optimale Plasmaskalenlänge von etwa  $\lambda/10$  hin. Dieses Resultat würde für eine von MULTI-FS überschätzte Plasmaskalenlänge sprechen.

3. Ein Effekt, der in den PIC-Simulationen bisher nicht berücksichtigt wurde, ist die Bewegung der Ionendichte. In Ref. [68] wurde gezeigt, dass die Effizienz der ROM-Harmonischen für den Fall beweglicher Ionen reduziert wird. Eigene Simulationen mit dem LPIC für eine bewegliche Ionendichte bei sonst gleichen Laser- und Plasma-Parametern zeigen allerdings keine signifikante Reduktion der ROM-Effizienz.
4. Ein weiterer Parameter, der in der Theorie und den PIC-Simulationen bisher nicht untersucht wurde, ist die Anfangstemperatur  $T_{e,0}$  des Plasmas. Mit PIC-Simulationen kann gezeigt werden, dass sich die Effizienz der ROM-Harmonischen für hohe Anfangstemperaturen  $T_{e,0} \gtrsim 5 \text{ keV}$  verringert.<sup>50</sup> Möglicherweise führt die schnelle Aufheizung des Oberflächenplasmas im Bereich weniger 100 fs vor der Wechselwirkung mit dem Hauptpuls zu derartigen Bedingungen im Experiment.
5. 2D-PIC-Simulationen zeigen die Ausprägung von Modulationen der Oberfläche [174] bzw. Oberflächenwellen [19], welche die Effizienz der Harmonischenstrahlen erniedrigen können [19, 175]. In Kapitel 5 wird im Detail auf die Simulation von Oberflächenwellen mit 2D-PIC-Simulationen und den Einfluss auf die Harmonischenerzeugung eingegangen.

---

<sup>50</sup>Die Beobachtung einer abnehmenden ROM-Effizienz für hohe Temperaturen wurde von J. Bierbach und D. an der Brügge bei einer Parametervariation sowohl in 1D- als auch in 2D-PIC-Simulationen gemacht.

## 5 Einfluss von Oberflächenwellen auf die Effizienz der ROM-Harmonischen

Im vorangegangenen Kapitel wurde festgestellt, dass die ROM-Effizienz im Experiment deutlich niedriger ist, als es 1D-PIC-Simulationen für die abgeschätzten Laser- und Plasma-parameter vorhersagen. Effekte, die sich erst in 2D- bzw. 3D-Simulationen zeigen, werden sowohl von den theoretischen Modellen als auch von den 1D-Simulationen nicht berücksichtigt und könnten eine Erklärung für die verminderte Effizienz in den Experimenten sein [19].

In den letzten Jahren wurde von *A. Macchi et al.* anhand von 2D-Simulationen gezeigt, dass die Erzeugung von Oberflächenwellen (*surface plasma waves*, Abk.: SPW) ein wichtiger Effekt der relativistischen Laser-Wechselwirkung mit einem steilen Plasmagradien ist [176, 177]. Als Oberflächenwellen bezeichnet man in diesem Zusammenhang Dichtemodulationen an der Plasmaoberfläche, die sich über größere Distanzen entlang der Oberfläche erstrecken können und typischerweise rapide innerhalb des Plasmas abfallen. Die Dispersionsgleichung einer Oberflächenwelle an einem Plasma lautet [178, 179]

$$ck_{\text{SPW}} = \sqrt{\frac{\omega_P^2 - \omega_{\text{SPW}}^2}{\omega_P^2 - 2\omega_{\text{SPW}}^2}} \omega_{\text{SPW}}, \quad (5.1)$$

wobei  $\omega_{\text{SPW}}$  die Frequenz bzw.  $k_{\text{SPW}}$  die Wellenzahl der Oberflächenwelle sind.

Bei der Einstrahlung eines intensiven Laserpulses auf eine Plasmaoberfläche werden zwei gegenläufige Oberflächenwellen angeregt. Dieser Prozess wird als *Zwei-Plasmonen-Zerfall* (*two surface wave decay*, Abk.: TSWD) bezeichnet [176, 177, 180, 181]. Bei normalem Einfall des Laserpulses verursacht der  $\vec{v} \times \vec{B}$ -Term der Lorentzkraft eine Oszillation der Elektronendichte an der Oberfläche mit der Frequenz  $2\omega_L$ , welche ihrerseits eine Oberflächenmode mit  $\omega_{\text{SPW}} = 2\omega_L$  treiben kann. Die Oberflächenmode kann auf diese Weise Energie der Lasers aufnehmen, sodass die Oberflächenwelle eine parametrische Instabilität mit einer Wachstumsrate  $\Gamma_{\text{SPW}}$  darstellt [181]. Die Abhängigkeit von  $\Gamma_{\text{SPW}}$  und  $\omega_{\text{SPW}}$  vom Einfallswinkel  $\theta$  wurde von *N. Kumar* und *V. Trpathi* theoretisch untersucht (s. Abb. 3, 4 in Ref. [181]).

Zur Vereinfachung der physikalischen Beschreibung soll hier nur der senkrechte Einfall des Lasers betrachtet werden. In diesem Fall oszillieren beide Oberflächenwellen mit der Laserfrequenz selbst und erzeugen eine stehende Welle [176]. Die Oberflächenwelle wird dabei resonant angeregt, wenn die Plasmafrequenz der Plasmaoberfläche  $\omega_P = 2\omega_L$  beträgt.<sup>51</sup> Für die resonante Anregung konnte bereits gezeigt werden, dass die Morphologie

<sup>51</sup>Der Ausdruck für die Wachstumsrate  $\Gamma$  der Oberflächenanregung (Gl. 26 in Ref. [181]) wird in diesem Fall maximal.

der Elektronendichte von Oberflächenwellen durch TSWD geprägt ist [176].

Im Folgenden werden 2D-PIC-Simulationen präsentiert, die von *D. an der Brügge et al.* mit dem PIC-Code VLPL durchgeführt wurden [19]. Die Wahl des senkrechten Einfalls führt dazu, dass in den Simulationen keine CWE-Harmonischen erzeugt werden. Die Harmonischen in den Simulationen können demzufolge ausschließlich dem ROM-Mechanismus zugeordnet werden. Der Einfluss von Oberflächenwellen auf den ROM-Prozess wird auf der Basis von drei beispielhaften 2D-PIC-Simulationen diskutiert.<sup>52</sup>

**Simulation 1 (moderat relativistisches Regime):** Für die erste Simulation, die im Wesentlichen den Effekt der Oberflächenwelle zeigen soll, wurden moderat relativistische Parameter gewählt, die denen in Ref. [176] entsprechen. Das Laserfeld ist hierbei eine ebene Welle mit einer Amplitude  $a_0 = 1,7$ , die in  $\vec{e}_y$ -Richtung polarisiert ist und senkrecht auf eine Plasmastufe mit  $n_e^{\max} = 5n_c$  einfällt. Die zeitliche Einhüllende des Lasers besitzt eine lineare Rampe über drei Laserperioden und ist anschließend konstant. Die Ionendichte in den Simulationen ist unbeweglich. Bei diesen Laser- und Plasma-Parametern ist davon auszugehen, dass die analytische Beschreibung der Anregung von Oberflächenwellen durch TSWD näherungsweise gilt.

In Abb. 16 ist die Elektronendichte des Plasmas für zwei unterschiedliche Zeitpunkte dargestellt: Zu einem Zeitpunkt  $t_{(a)} = 4 \lambda/c$ , kurz nachdem der Laserpuls auf die Oberfläche aufgetroffen ist, wurde die Plasmaoberfläche, die ursprünglich bei  $x = 0,5 \lambda$  positioniert ist, um etwa  $\lambda/10$  eingedrückt. Starke Variationen der Elektronendichte entlang der Oberfläche sind nicht zu beobachten. Die Oberflächenwelle ist zu diesem Zeitpunkt noch nicht ausgeprägt und die Simulationsergebnisse sollten 1D-PIC-Simulationen mit identischen Parametern entsprechen. Tatsächlich zeigt das Winkelspektrum  $I(k, \omega)$  des reflektierten Lichts für ein Zeitfenster in diesem Bereich Harmonische bei  $k_y = 0$ , wie man es von einer ebenen Welle erwartet, die von einer idealen Spiegeloberfläche reflektiert wird. Die ROM-Harmonischen niedriger Ordnung sind intensiv und werden infolge der Anregung mit  $2\omega_L$  bei ungeraden Harmonischenordnungen emittiert. Im Folgenden wird die Reflexionsrichtung bzw.  $k_y = 0$  als *spekulare Richtung* bezeichnet.

Zu einem späteren Zeitpunkt  $t_{(b)}$ , 25 Laserzyklen nach  $t_{(a)}$ , ist die Oberflächenwelle hingegen sehr deutlich ausgeprägt. Die Wellenzahl der Oberflächenwelle, die sich aus der Simulation bestimmen lässt, beträgt  $k_{\text{SPW}}^{\text{PIC}} \approx 1,1 k_L$ . Das entspricht nahezu dem Wert  $k_{\text{SPW}} = 1,15 k_L$ , den man mit Gl. 5.1 berechnen kann. Die Oberflächenwelle besitzt außerdem eine eindeutige Wirkung auf das Winkelspektrum der Harmonischen: Die Harmonischen werden nun nicht nur in spekulärer Richtung  $k_y = 0$ , sondern auch bei höheren

<sup>52</sup>Bei allen Simulationen wurde ein kleines, statistisches Rauschen zum anfänglichen Impuls hinzugefügt ( $|p_0| < 10^{-4} m_e c$ ). Es hat sich herausgestellt, dass sich die SPW-Instabilität somit stärker ausprägt. In den Experimenten könnte eine geringe Plasmatemperatur  $T_{e,0}$  zu Beginn der Laser-Plasma-Wechselwirkung oder die Rauheit der Oberfläche als Keim der SPW-Instabilität dienen.

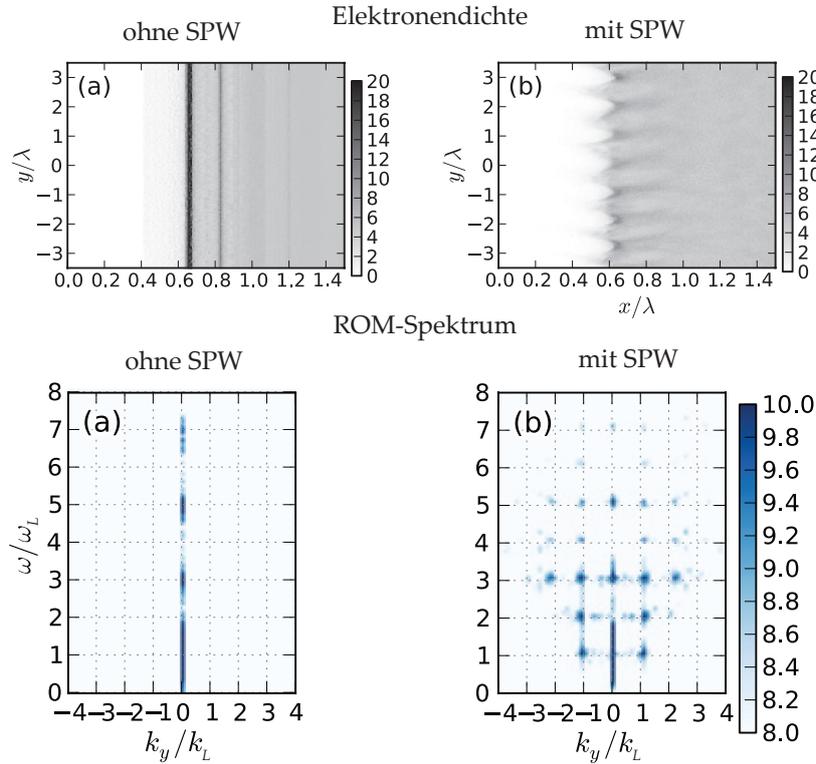


Abbildung 16: **Simulation 1 (moderat relativistisches Regime):**

**oben:** Elektronendichteprofil (a) vor ( $ct = 4\lambda$ ) und (b) während ( $ct = 30\lambda$ ) die SPW auftritt. Die Simulationsparameter sind:  $a_0 = 1,7$ ,  $n_e^{\max} = 5n_c$ .

**unten:** Winkelaufgelöste Harmonischenspektren (Falschfarbendarstellung entspricht Logarithmus der spektralen Dichte): (a) Die SPW ist noch nicht ausgeprägt und die Oberflächenharmonischen werden in spekularer Richtung emittiert. (b) Während die SPW ausgeprägt ist, kann man eine starke Emission der Harmonischen in höhere Beugungsordnungen erkennen. Die Emission der Harmonischen in spekularer Richtung ist gegenüber (a) stark reduziert.

Raumfrequenzen  $k_y = lk_{\text{SPW}}$  emittiert.  $l$  ist hierbei eine ganze Zahl, welche die Ordnung des Winkelseitenbands angibt. Die Raumfrequenzen können zu Winkeln

$$\theta_m^l = \arcsin\left(\frac{lk_{\text{SPW}}}{m\omega_L}\right) \quad (5.2)$$

gegenüber der optischen Achse umgerechnet werden. Hierbei bezeichnet  $m$  die Ordnung der jeweiligen ROM-Harmonischen. Durch die Anregung der Oberflächenwelle mit  $k_{\text{SPW}}$  wird beispielsweise die dritte Harmonische neben der spekularen Richtung auch im Winkel  $\theta_3^1 = 22^\circ$  und  $\theta_3^2 = 47^\circ$  abgestrahlt.

Ein weiteres, bemerkenswertes Resultat des Winkelspektrums  $I(k, \omega)$  ist dabei, dass die Winkelseitenbänder im Allgemeinen sowohl bei geraden als auch ungeraden Harmonischenordnungen beobachtet werden können, während bei  $k_y = 0$  weiterhin ausschließlich ungerade Harmonischenordnungen zu beobachten sind. Die transversale Stromdichte, die

zur Emission der geraden und ungeraden Harmonischen führt, wird in Ref. [19] im Detail diskutiert.

Um den Einfluss der Oberflächenwellen auf die ROM-Effizienz zu untersuchen, kann das Harmonischenspektrum bei  $k_y = 0$  für die Zeitpunkte  $t_{(a)}$  und  $t_{(b)}$  verglichen werden. Man erkennt dabei deutlich, dass insbesondere die höheren Harmonischenordnungen bei  $t_{(b)}$  gegenüber  $t_{(a)}$  reduziert sind. Man berücksichtige hierbei, dass es sich bei der Farbskala in Abb. 16 um eine logarithmische Skala handelt. Die Reduktion der ROM-Effizienz durch Oberflächenwellen ist somit bedeutsam und kann folgendermaßen interpretiert werden: Zum einen konkurriert der TSWD-Prozess mit dem ROM-Prozess und könnte dem ROM-Mechanismus einen signifikanten Anteil der verfügbaren Energie entziehen. Zum anderen führt die gitterartige Struktur der Oberflächenwelle zur Emission der ROM-Harmonischen in große Winkelbereiche, sodass die Effizienz in spekularer Richtung reduziert wird.

**Simulation 2 (stark relativistisches Regime):** Die zweite Simulation verwendet mit einer Amplitude von  $a_0 = 7,2$  stark relativistische Laserparameter, bei denen ROM-Harmonische wesentlich effizienter angeregt werden können. Allerdings sind hierbei starke Abweichungen von der linearen, nichtrelativistischen TSWD-Theorie zu erwarten. Analog zu Simulation 1 wird das Plasmadichteprofil mit einer Stufe und die Einhüllende des Lasers mit einer kurzen linearen Rampe simuliert. Um relativistische Transparenz zu vermeiden, wird allerdings die Plasmadichte auf  $n_e^{\max} = 36n_c$  erhöht, sodass  $\omega_P^{\max} = 6\omega_L$  gilt. Damit könnte die Oberflächenwelle resonant bei  $3\omega_L$  angeregt werden. Um dies zu überprüfen, wurde das Betragsquadrat der in y-Richtung Fourier-transformierten Elektronendichte in

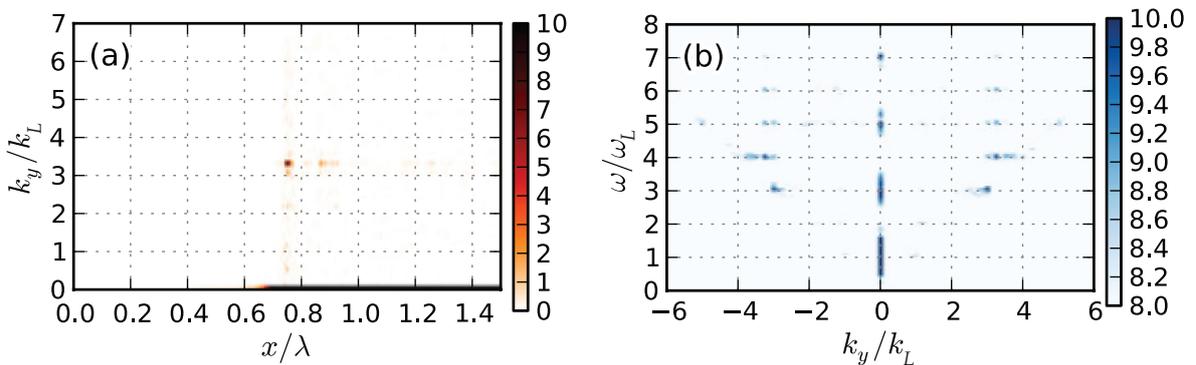


Abbildung 17: **Simulation 2 (stark relativistisches Regime):** Die Laserparameter sind  $a_0 = 7,2$  und  $n_e = 36n_c$ . In (a) ist das Betragsquadrat der Fourier-transformierten Elektronendichte zum Zeitpunkt  $t = 18\lambda/c$  mit einer linearen Farbskala dargestellt. In (b) wird das  $k_y$ -aufgelöste elektromagnetische Spektrum in einem Zeitfenster um  $t = 10 \dots 25\lambda/c$  gezeigt. Hier ist die Farbskala logarithmisch.

Abb. 17 zu einem Zeitpunkt dargestellt, bei dem die Oberflächenwelle zu beobachten ist. In dieser Darstellung erkennt man eine stark konzentrierte Anregung der Oberflächenwelle bei  $k_y^{\text{PIC}} \approx 3,3k_L$ . Dieser Wert stimmt überraschenderweise relativ gut mit dem Wert  $k_y = 3,7k_L$  überein, den man für  $\omega_{\text{SPW}} = 3\omega_L$  aus der nichtrelativistischen Gl. 5.1 erhält. Man kann deshalb schlussfolgern, dass Oberflächenwellen auch bei höheren Harmonischenfrequenzen als der Laserfrequenz angeregt werden. Weitere – hier nicht dargestellte – Simulationen haben gezeigt, dass im relativistischen Regime die oben diskutierte Resonanzbedingung  $\omega_P = 2\omega_L$  nicht notwendigerweise „getroffen“ werden muss, um Oberflächenwellen effizient anzuregen.

In Abb. 17 ist das Winkelspektrum zu einem Zeitpunkt dargestellt, bei dem die Oberflächenwelle stark ausgeprägt ist. Die Harmonischenstrahlung wird, wie in Simulation 1, in Winkelseitenbänder emittiert. Infolge der Anregung mit  $3\omega_L$  ist diese jedoch bei etwa  $k_y \approx \pm 3k_L$  zu beobachten. Auch in diesem Fall können gerade ROM-Harmonische in den Winkelseitenbändern erzeugt werden. So ist z. B. die vierte Harmonische bei einem Winkel von  $\theta_4 \approx 56^\circ$  von der optischen Achse messbar, nicht aber auf der optischen Achse selbst.

**Simulation 3 (realistische Parameter):** In dieser Simulation werden realistische Laser- und Plasmaparameter verwendet, um die praktische Relevanz des diskutierten Effekts für Experimente zu verdeutlichen. Der Laserpuls besitzt eine  $\cos^2$ -Einhüllende in longitudinaler und transversaler Richtung. Die Pulsdauer beträgt  $\tau_{\text{FWHM}} = 12,7 \lambda/c$  und die Fokusgröße  $\sigma_{\text{FWHM}} = 8,3 \lambda$ . Die Amplitude des Laserpulses ist  $a_0 = 7,2$  und das Plasma wird durch einen exponentiellen Plasmadichtegradienten mit  $L_P = 0,1 \lambda$  und  $n_e^{\text{max}} = 36 n_c$  modelliert.

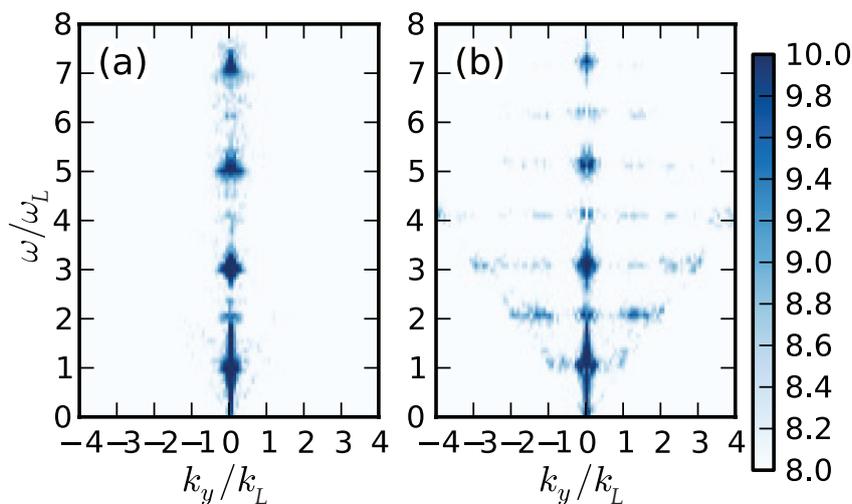


Abbildung 18: **Winkelspektrum  $I(k, \omega)$  für realistische Laser- und Plasmaparameter:** (a) im Zeitfenster  $t = 10 \dots 20 \lambda/c$ , wenn die SPW nicht stark ausgeprägt ist; (b) im Zeitfenster  $t = 20 \dots 30 \lambda/c$ , wenn die SPW vollständig ausgeprägt ist. Die Farbskala ist logarithmisch.

Das Resultat der Simulation ist in Abb. 18 dargestellt: Die Winkelseitenbänder sind deutlich zu erkennen, obwohl sie schwächer ausgeprägt sind als in den idealisierten Fällen. Die Harmonischen werden dabei nicht in scharf definierte Winkel emittiert, sondern eher in große Winkelbereiche. Dies könnte vor allem auf die Plasmadichterrampe zurückzuführen sein, da nun Oberflächenwellen bei ganz unterschiedlichen Frequenzen  $\omega_{\text{SPW}}$  bzw.  $k_{\text{SPW}}$  angeregt werden können.

**Zeitliche Evolution der Oberflächenwelle:** Für die Simulationen 1 und 2, bei denen nach einer kurzen Rampe das Laserfeld konstant ist, lässt sich die zeitliche Evolution der Oberflächenwelle besonders gut untersuchen, da kontinuierlich Energie in die Oberflächenmode transferiert werden kann. Die Amplitude der Oberflächenwelle wird mit  $|\tilde{n}_e(k_y)|^2 = |\int n_e(x, y, t) e^{ik_y y} dy|^2$  bei der jeweiligen SPW-Ortsfrequenz  $k_y$  bestimmt.

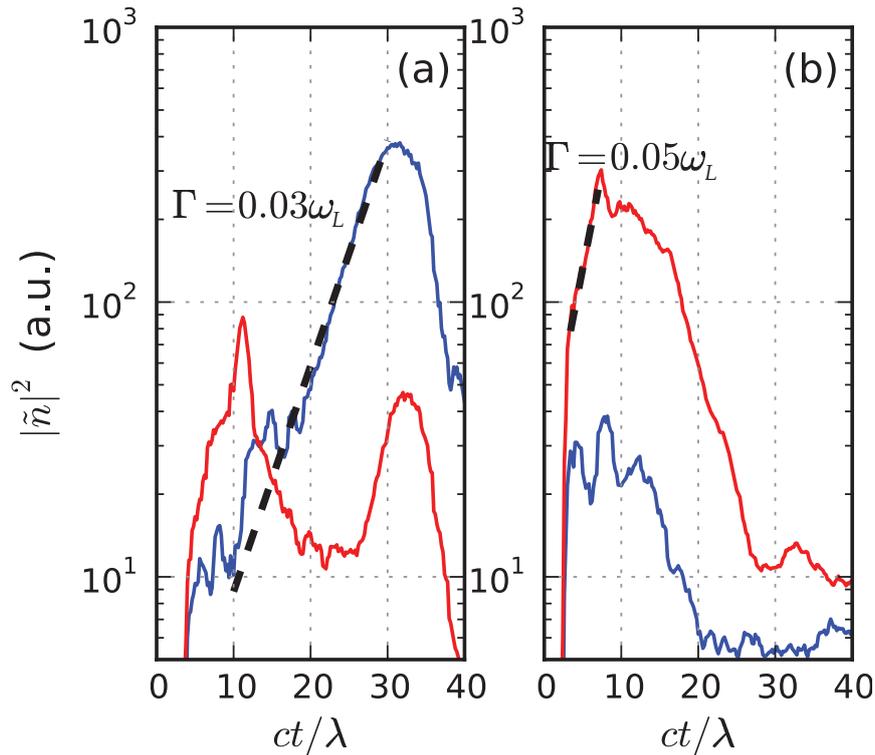


Abbildung 19: **Wachstum und Dämpfung einer Oberflächenwelle für (a) Simulation 1 und (b) Simulation 2:** Die Amplitude der Oberflächenwelle ist definiert durch  $|\tilde{n}(k_y)|^2 = |\int n(x, y, t) e^{ik_y y} dy|^2$ . Die blaue Linie entspricht SPW-Moden im Bereich  $0,9 < k_y/k_L < 1,3$ . In diesem Bereich entspricht  $\omega_{\text{SPW}}$  typischerweise  $\omega_L$ . Die rote Linie entspricht SPW-Moden  $3,0 < k_y/k_L < 4,0$ , für die  $\omega_{\text{SPW}} \simeq 3\omega_L$  gilt. Die schwarzen, gestrichelten Linien zeigen Fits für die Wachstumsrate  $\Gamma_{\text{SPW}}^{\text{PIC}}$ .

In Abb. 19 ist die zeitliche Evolution der Oberflächenwelle für die Simulation 1 und Simulation 2 dargestellt: Anfangs kann man ein exponentielles Wachstum der Dichteoszillation mit der Rate  $\Gamma_{\text{SPW}}^{\text{PIC}}$  beobachten, die relativ gut mit den Werten  $\Gamma_{\text{SPW}}$  der analytischen Theorie aus Ref. [181] übereinstimmt. Nach typischerweise etwa 10 bis 20 Zyklen besitzt die Oberflächenwelle eine maximale Amplitude. Zu diesem Zeitpunkt ist jedoch auch die Elektronentemperatur des Plasmas stark angestiegen, was im weiteren Verlauf zu einer starken Dämpfung der Oberflächenwelle führt. Das deutet darauf hin, dass der Einfluss von Oberflächenwellen besonders wichtig für Laserpulse mit einer Pulsdauer von etwa 10 bis 20 Zyklen ist. Ist die Pulsdauer kürzer als 10 Zyklen, hat die Oberflächenwelle keine Zeit um zu wachsen. Für wesentlich längere Pulse wird die Oberflächenwelle hingegen wieder gedämpft. Dies legt nahe, dass Oberflächenwellen eine wichtige Rolle in heutigen Experimenten spielen, da die Pulsdauer von modernen Terawatt-Lasersystemen typischerweise 10 Laserzyklen beträgt.

Die Anregung von Oberflächenwellen wurde experimentell noch nicht beobachtet. Mit Hilfe von winkelaufgelösten Spektren von ROM-Harmonischen könnte man  $k_{\text{SPW}}$  jedoch indirekt messen. In der Diplomarbeit von *M. Wünsche* [23] sind Winkelspektren von Oberflächenharmonischen dargestellt, die während eines gemeinsam durchgeführten Experiments mit dem Hochintensitätslaser UHI ( $\Delta t = 10 \lambda/c$ ) am CEA Saclay mit sehr leichten Target-Oberflächen ( $n_e \approx 25n_c$ ) und sehr hohem Pulscontrast ( $L_P < \lambda/10$ ) gemessen wurden. Die Plasmaparameter entsprechen nahezu denjenigen von Simulation 2. Im Experiment konnte eine Abstrahlung von ROM-Harmonischen in nichtspekularer Richtung beobachtet werden, die mit Hilfe von 2D-PIC-Simulationen reproduziert werden konnte (s. Abb. 2.8. in Ref. [23]). Es ist daher möglich, dass die Emission von Oberflächenharmonischen in Winkelseitenbänder infolge von Oberflächenwellen bereits beobachtet wurde. Ob Oberflächenwellen die Hauptursache für die verminderte Effizienz der ROM-Harmonischen sind, konnte nicht geklärt werden. Zur Beantwortung dieser Frage müssen in Zukunft weitere Experimente durchgeführt werden.

Zusammenfassend kann man sagen, dass die Anregung von Oberflächenwellen ein zweidimensionaler Effekt ist, der die Effizienz von ROM-Harmonischen in spekularer Richtung reduzieren kann. Zur Vermeidung von Oberflächenwellen in Experimenten sollten in Zukunft Laserpulse mit einer Pulsdauer von weniger als 10 Zyklen verwendet werden.

## 6 Einfluss der Laser- und Plasmaparameter auf die Bandbreite der Harmonischen

Bisher wurde ausschließlich der allgemeine, spektrale Verlauf bzw. die Effizienz der ROM-Harmonischen untersucht. Für viele Anwendungen ist allerdings auch die spektrale bzw. zeitliche Charakteristik der einzelnen Harmonischen von Interesse. Schmalbandige Harmonische wären für die meisten Anwendungen von Vorteil, z. B. in der XUV-Spektroskopie [182] oder der XUV-Interferometrie [183, 184]. Das *Seeding* von Freie-Elektronen-Lasern oder Röntgenlasern erfordert ebenfalls eine möglichst geringe, Fourier-begrenzte Bandbreite  $\Delta\omega_{\text{FTL}}$  der Harmonischenstrahlung [14, 15, 49]. Ein Beispiel für eine Anwendung, die hingegen möglichst breitbandige Harmonischenstrahlung bzw. ein XUV-Kontinuum erfordert, wird in Abschnitt 8.1 mit der XUV-Kohärenztomografie kurz diskutiert.

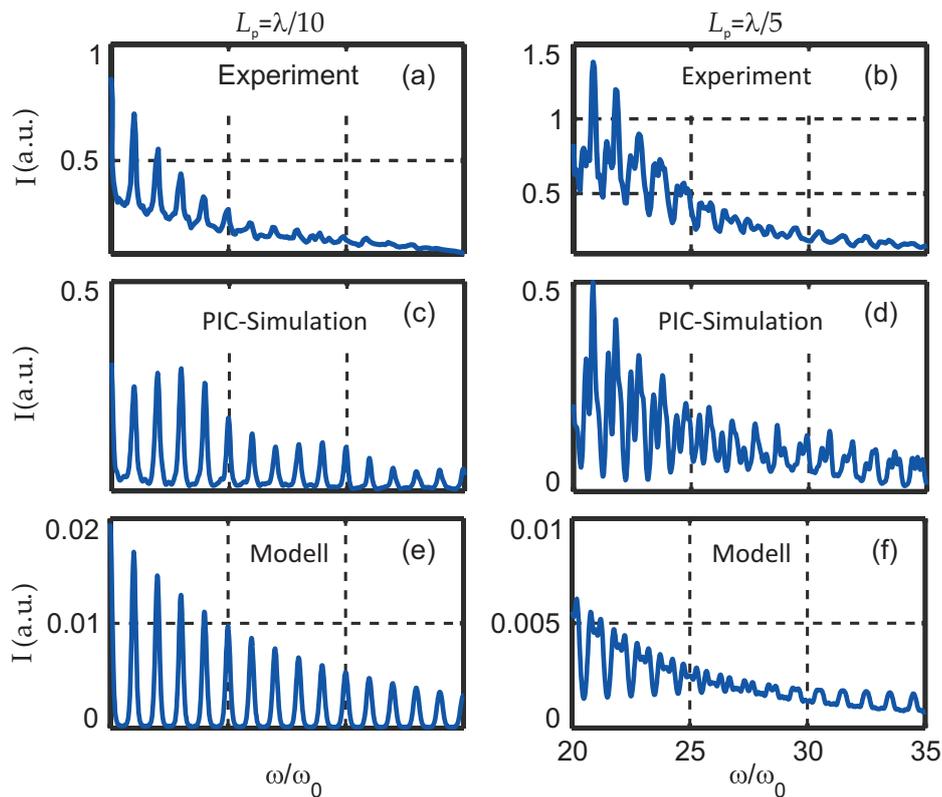


Abbildung 20: **Vergleich von Harmonischenspektren aus Experiment, PIC-Simulationen und analytischem Modell für zwei unterschiedliche Plasmaskalenlängen:** Für die kurze Plasmaskalenlänge  $L_P = \lambda/10$  zeigen sowohl die experimentellen Daten als auch die PIC-Simulationen Harmonische mit vergleichsweise niedriger Linienbreite. Bei einer Skalenlänge  $L_P = \lambda/5$ , für die die intensivste Harmonischenstrahlung gemessen wurde, treten hingegen starke Modulationen auf, die mit PIC-Simulationen reproduziert werden können. Ein analytisches Modell, welches das Fourier-Spektrum eines Attosekundenpulszugs mit ungleichem Pulsabstand verwendet, kann die Resultate der Experimente bzw. der Simulationen erklären [10].

In den Experimenten, bei denen ROM-Harmonische mit mittlerem Pulscontrast bzw. einer optimierten Plasmaskalenlänge  $L_P \simeq \lambda/5$  erzeugt werden, zeigt das Harmonischenpektrum deutliche Modulationen der einzelnen Harmonischenlinien bzw. ein große Bandbreite  $\Delta\omega_n$  (s. Abb. 20). Diese Substrukturen sind allerdings deutlich schwächer ausgeprägt, wenn ein hoher Contrast bzw. eine kurze Skalenlänge verwendet wird [10, 74, 175].

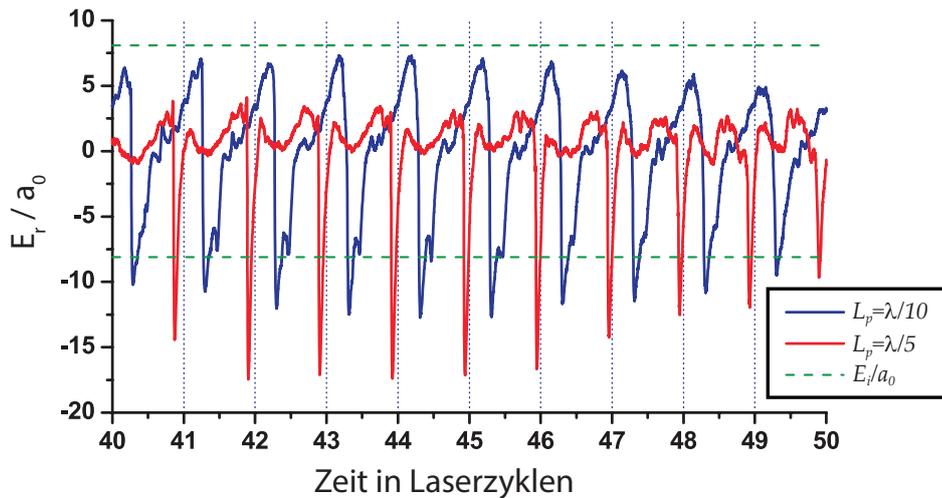


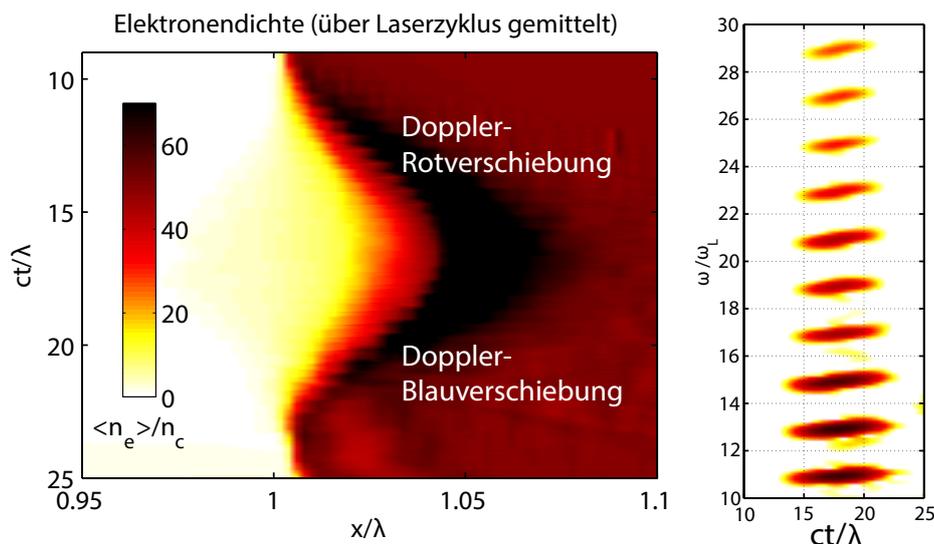
Abbildung 21: **Attosekundenpulszug aus 1D-PIC-Simulation für die experimentellen Parameter:** Bei mittlerem Pulscontrast bzw. optimaler Plasmaskalenlänge  $L_P = \lambda/5$  werden intensive Attosekundenpulse beobachtet (rote Kurve), deren Feldstärke diejenige des einfallenden Laserpulses übersteigen kann (grüne, gestrichelte Linie), vgl. Abschnitt 3.2. Die Attosekundenpulse, die mit  $L_P = \lambda/5$  simuliert wurden, besitzen eine Dauer von etwa 150 as [10]. Bei der niedrigen Plasmaskalenlänge  $L_P = \lambda/10$  besitzt der erzeugte Attosekundenpulszug (blaue Kurve) eine niedrigere Amplitude und eine Pulsdauer der einzelnen Attosekundenpulse von etwa 600 as.

Die experimentellen Resultate sollen zunächst wieder mit Hilfe von 1D-PIC-Simulationen überprüft werden.<sup>53</sup> Dabei wurden die Parameter so gewählt, dass sie den experimentellen Bedingungen möglichst entsprechen, d. h.  $L_P = \lambda/10$  bzw.  $L_P = \lambda/5$ . Der Laserpuls wird mit einer gaußförmigen Einhüllenden  $a = a_0 \exp(-t^2/\Delta t^2)$ , einer Amplitude  $a_0 = 8$  und einer Pulsdauer  $\Delta t = 10 \lambda/c$  modelliert. Das reflektierte Feld  $E_r(t)$ , welches mit den PIC-Simulationen für die jeweiligen Plasmaskalenlängen berechnet wurde, ist in Abb. 21 dargestellt. Für  $L_P = \lambda/5$  wird ein Attosekundenpulszug (*attosecond pulse train*, Abk.: APT) simuliert, welcher einzelne Attosekundenpulse mit einer Dauer von etwa 150 as enthält. Außerdem ist im Detail zu erkennen, dass der Pulsabstand des APT bei  $L_P = \lambda/5$  gegenüber der Periode des Lasers  $T_L$  abnimmt. Das Harmonischenspektrum zeigt für diesen

<sup>53</sup>Dazu wurden Simulationen von D. an der Brügge mit dem VLPL-Code [185] und eigene Simulationen mit dem LPIC [1] durchgeführt. Typische, numerische Parameter sind: räumliche Auflösung  $\lambda/1000$ , 100 Makroteilchen pro Zelle und unbewegliche Ionen.

Fall starke Modulationen und kann das experimentelle Resultat sehr gut reproduzieren.

Für  $L_P = \lambda/10$  besteht der APT aus Attosekundenpulsen, die wesentlich länger sind. Die Änderung des Pulsabstands ist in diesem Fall geringer als für  $L_P = \lambda/5$ . Das Harmonischenspektrum zeigt die starken Modulationen der einzelnen Harmonischen nicht, s. Abb. 20.



**Abbildung 22: Eindellung der Plasmaoberfläche durch den Strahlungsdruck / positiver Chirp der ROM-Harmonischen:** Bei dieser 1D-PIC-Simulation werden normaler Einfall und idealisierte Parameter ( $a_0 = 10$ , Pulsdauer  $\Delta t = 5 \lambda/c$ , gaußförmige Einhüllende, Plasmastufe mit  $n_e^{\max} = 50n_c$ ) verwendet, um den Effekt der Eindellung und die Auswirkungen auf den Harmonischenchirp möglichst gut darzustellen.

**links:** Die Plasmaoberfläche, die sich ursprünglich bei  $x = 1\lambda$  befindet, wird während der relativistischen Laserwechselwirkung eingedrückt. Zunächst wird die Plasmaoberfläche durch den Strahlungsdruck in das Plasma ( $x > 1\lambda$ ) beschleunigt. Harmonische, die während dieser Phase erzeugt werden, sind rotverschoben. In der zweiten Hälfte des Pulses lässt der Strahlungsdruck nach und die Plasmaoberfläche wird infolge der elektrostatischen Kraft durch die unbewegliche Ionendichte wieder zur ursprünglichen Position bewegt. In dieser Phase werden die ROM-Harmonischen blauverschoben.

**rechts:** Die Zeitfrequenzanalyse der erzeugten ROM-Harmonischen zeigt, dass die Frequenz der ROM-Harmonischen zunimmt (positiver Harmonischenchirp).

Zur Untersuchung der Ursache der spektralen Modulationen wurde eine PIC-Simulation mit idealisierten Parametern durchgeführt (s. Abb. 22). Man kann erkennen, dass die Elektronendichte infolge des Strahlungsdrucks bzw. der ponderomotiven Kraft bei steigender Intensität in das Plasma eingedrückt wird (s. Abschnitt 2.6.2). Das führt dazu, dass zu Zeiten der höchsten Intensität die überkritische Elektronendichte bzw. die Plasmaoberfläche stark gegenüber der Ionendichte versetzt ist [186, 187]. Die rücktreibende, elektrostatische Kraft der Ionendichte beschleunigt die Elektronendichte allerdings wieder in Richtung der ursprünglichen Position, wenn die ponderomotive Kraft des Lasers nachlässt

[129]. Attosekundenpulse, die durch den ROM-Mechanismus in jedem Laserzyklus erzeugt werden, besitzen demzufolge einen Emissionsort, der sich während der Laser-Plasma-Wechselwirkung ändert: Harmonische, die in der ersten Hälfte des Laserpulses erzeugt werden, sind durch den Doppler-Effekt rotverschoben. In der zweiten Hälfte des Laserpulses werden die ROM-Harmonischen hingegen blauverschoben. Dies führt zur Erzeugung von ROM-Harmonischen, deren Frequenz zunimmt (positiver Harmonischenchirp) [10, 68].

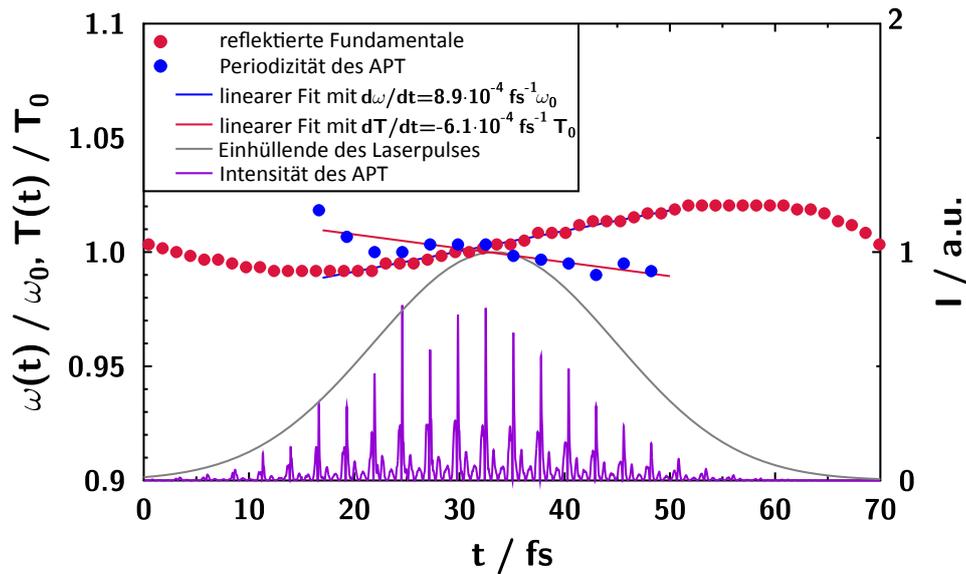


Abbildung 23: **Variierender Pulsabstand des APT bzw. Chirp des reflektierten Laserpulses für die experimentellen Parameter:** Der APT (magenta) ist durch die spektrale Filterung der 16ten bis 34ten Harmonischen gegeben. Die Periodizität des APT (blaue Punkte) nimmt ab, was einem positiven Chirp (blaue Linie) entspricht. Der Chirp der reflektierten Fundamentale wurde mit Hilfe der Nulldurchgänge des elektrischen Feldes bestimmt (rote Punkte). Die Periodizität der reflektierten Fundamentale (rote Linie) stimmt sehr gut mit der Periodizität des APT überein.

Der positive Harmonischenchirp der ROM-Harmonischen hat zur Konsequenz, dass der APT eine abnehmende Periodizität  $T(t)/T_L$  bzw. eine zunehmende Pulsabstandsfrequenz  $\omega_{\text{APT}}(t)/\omega_L$  besitzt. In Abb. 23 ist das reflektierte Feld aus einer PIC-Simulation dargestellt, welche die experimentellen Laser- und Plasmaparameter verwendet [11]. Man kann erkennen, dass sich die Periodizität  $T(t)/T_L$  des APT bzw. die Pulsfrequenz näherungsweise linear ändert. Die Änderung des Pulsabstands bzw. der Pulsfrequenz kann für Pulse mit einer gaußförmigen Einhüllenden durch

$$-\frac{2\pi}{T_0^2}\dot{T} \approx \dot{\omega}(t) = \frac{D_2^{\text{dent}}}{\Delta t_{\text{APT}}^4 / (4 \cdot \ln 2)^2 + (D_2^{\text{dent}})^2} \quad (6.1)$$

mit einem linearen Chirp  $D_2^{\text{dent}}$  beschrieben werden [11].

Der durch die bewegte Plasmaoberfläche induzierte Harmonischenchirp der ROM-Harmonischen ist für kleinere Plasmaskalenlängen geringer, da in diesem Fall die rücktreibende Kraft der Ionendichte stärker ist. Bei kleineren Plasmaskalenlängen führt die hohe, rücktreibende Kraft der Ionen deshalb zu einer geringeren Auslenkung der Plasmaoberfläche [10]. Man beachte hierbei, dass dieser Effekt ebenso zur verminderten Effizienz der ROM-Harmonischen bei kurzen Plasmaskalenlängen geführt hat (s. Kapitel 4). Die optimale Erzeugung der ROM-Harmonischen von einem „weichen“ Plasmadichtegradienten geht deshalb unweigerlich mit dem Eindringen der Plasmaoberfläche und der erhöhten Bandbreite einher. Man beachte, dass die Einhüllende des Laserpulses ein Eindellen der Plasmaoberfläche sowohl in der Zeit- als auch in der Raumkoordinate bewirkt. Durch die zeitliche Einhüllende entsteht der hier dargestellte, positive Harmonischenchirp [10, 74], während die räumliche Einhüllende zu einer gekrümmten Plasmaoberfläche und zu einer veränderten Divergenz der Harmonischenstrahlung führt [159, 158].

Die Auswirkungen, die ein Harmonischenchirp bzw. ein variierender Pulsabstand des APT auf das Harmonischenspektrum haben, können mit einem einfachen, analytischen Modell berechnet werden. Man betrachte dazu eine Sequenz von Attosekundenpulsen  $E(t) = \sum_k E_k f(t - t_k)$ , welche mit einer zeitlichen Einhüllenden  $f(t)$  und einer Amplitude  $E_k$  zum Zeitpunkt  $t_k$  emittiert werden. Das Harmonischenspektrum ist durch das Betragsquadrat der Fourier-Transformierten von  $E(t)$  gegeben und es gilt:

$$I(\omega) = \underbrace{|\tilde{f}(\omega)|^2}_{\text{Einhüllende}} \cdot \underbrace{\left| \sum_k E_k e^{-i\omega t_k} \right|^2}_{\text{Harmonischenstruktur } \mathcal{S}(\omega)}. \quad (6.2)$$

Die Funktion  $|\tilde{f}(\omega)|^2$  ist hierbei die Fourier-Transformierte der Einhüllenden eines einzelnen Attosekundenpulses  $f(t)$ . Für einen einzelnen Attosekundenpuls mit einer gaußförmigen Einhüllenden  $f(t) \propto \exp(-t^2/\Delta t_{\text{as}})$  und einer Pulsdauer  $\Delta t_{\text{as}}$  ergibt sich somit ein gaußförmiges Spektrum mit einer großen Bandbreite  $\Delta \omega_{\text{as}}$ . Ein Harmonischenspektrum wird erst durch eine Sequenz von Attosekundenpulsen  $k$  mit einem zeitlichen Abstand  $t_k$  durch den Term  $\mathcal{S}(\omega)$  verursacht. Man betrachte zunächst den einfachsten Fall, bei dem der APT aus äquidistanten Pulsen mit  $t_k = kT_L = 2\pi k/\omega_L$  besteht. Hierbei ist  $k = -m \dots m$  eine ganze Zahl, die den Attosekundenpuls nummeriert. Ein derartiger Pulszug mit fester Periode  $T_L$  wird auch als *Dirac-Kamm* bezeichnet und ergibt im Frequenzbereich ebenso einen Kamm  $\mathcal{S}(\omega)$  von Harmonischen mit einem Frequenzabstand  $\omega_L = 2\pi/T_L$ .

Die Struktur der Harmonischen bzw.  $\mathcal{S}(\omega)$  verändert sich allerdings, wenn der Pulszug einen variierenden Pulsabstand besitzt. In erster Ordnung kann der Zeitpunkt der Emission der Attosekundenpulse durch  $t_k = 2\pi k/\omega_L - 2x_{\text{dent}}(t)/c = 2\pi/\omega_L \cdot (k - \frac{\beta_{\text{dent}}}{m} k^2)$  beschrieben werden. Der Parameter  $\beta_{\text{dent}}$  stellt in diesem Modell die Geschwindigkeit der Plasma-

oberfläche zu Beginn bzw. zum Ende der parabelförmigen Bewegung der Plasmaoberfläche dar und kann anhand der PIC-Simulation für  $L_P = \lambda/5$  mit  $\beta_{\text{dent}} \simeq 0,01c$  bestimmt werden. Der resultierende APT führt mit Gl. 6.2 zu einem modulierten Harmonischenspektrum, das sehr gut mit den Harmonischenspektren aus der PIC-Simulation bzw. aus dem Experiment übereinstimmt (s. Abb. 20).

Für die eingangs diskutierten Anwendungen wäre es allerdings äußerst nützlich, wenn sich die Bandbreite der Harmonischen bei gegebener Plasmaskalenlänge einstellen ließe. Zu diesem Zweck wurde ein weiteres Experiment durchgeführt, bei dem der Chirp des treibenden Lasers  $D_2^L$  variiert wurde [11]. Mit den in Abschnitt 2.1 vorgestellten Geräten *Spider* bzw. *Dazzler* kann  $D_2^L$  während des Experiments charakterisiert bzw. verändert werden. Ein Chirp von  $\pm 150 \text{ fs}^2$  bzw.  $\pm 250 \text{ fs}^2$  wirkt sich hierbei in einer relativ geringen Streckung der Laserpulse von 27 fs auf 32 fs bzw. 38 fs aus. Die Spitzenamplitude in den Experimenten ist somit nur leicht reduziert, sodass die Laser- und Plasmamaparameter bei einer Änderung von  $D_2^L$  in diesem Bereich vergleichbar bleiben. Um den Einfluss von  $D_2^L$  auf den APT bzw. die Bandbreite der Harmonischen zu bestimmen, wurde  $D_2^L$  im Bereich  $-250 \dots 250 \text{ fs}^2$  in Schritten von  $100 \text{ fs}^2$  variiert. Die im Experiment gemessene spektrale Energiedichte unter Berücksichtigung der Spektrometerkalibrierung ist in Abb. 24 dargestellt: Die niedrigste Bandbreite der Harmonischen konnte für einen Chirp des treibenden Lasers  $D_2^L = -50 \text{ fs}^2$  gefunden werden. Der negative Chirp des treibenden Lasers kompensiert somit den positiven Chirp  $D_2^{\text{dent}}$  des Denting-Effekts. Der resultierende Harmonischenchirp der ROM-Harmonischen

$$D_2^{\text{APT}} = D_2^{\text{dent}} + D_2^L \quad (6.3)$$

bzw. die Harmonischenbandbreite kann auf diese Weise minimiert werden. Andererseits kann die Harmonischenbandbreite auch durch eine geeignete Wahl von  $D_2^L$  bewusst vergrößert werden. Dies kann erreicht werden, wenn der Harmonischenchirp des APT nach Gl. 6.3 vom Betrag her möglichst groß wird.

Zum Vergleich der experimentellen Daten mit Simulationen wurden von *D. Hemmers et al.* 2D-PIC-Simulationen durchgeführt, deren Parameter denjenigen im Experiment entsprechen [11] (s. Abb. 24): Sowohl die Übereinstimmung der Bandbreite der Harmonischen als auch der spektrale Verlauf der ROM-Harmonischen ist erstaunlich gut. Zusammenfassend kann gesagt werden, dass man mit der Plasmaskalenlänge und dem Chirp des Lasers die spektralen Eigenschaften der ROM-Harmonischen beeinflussen kann.

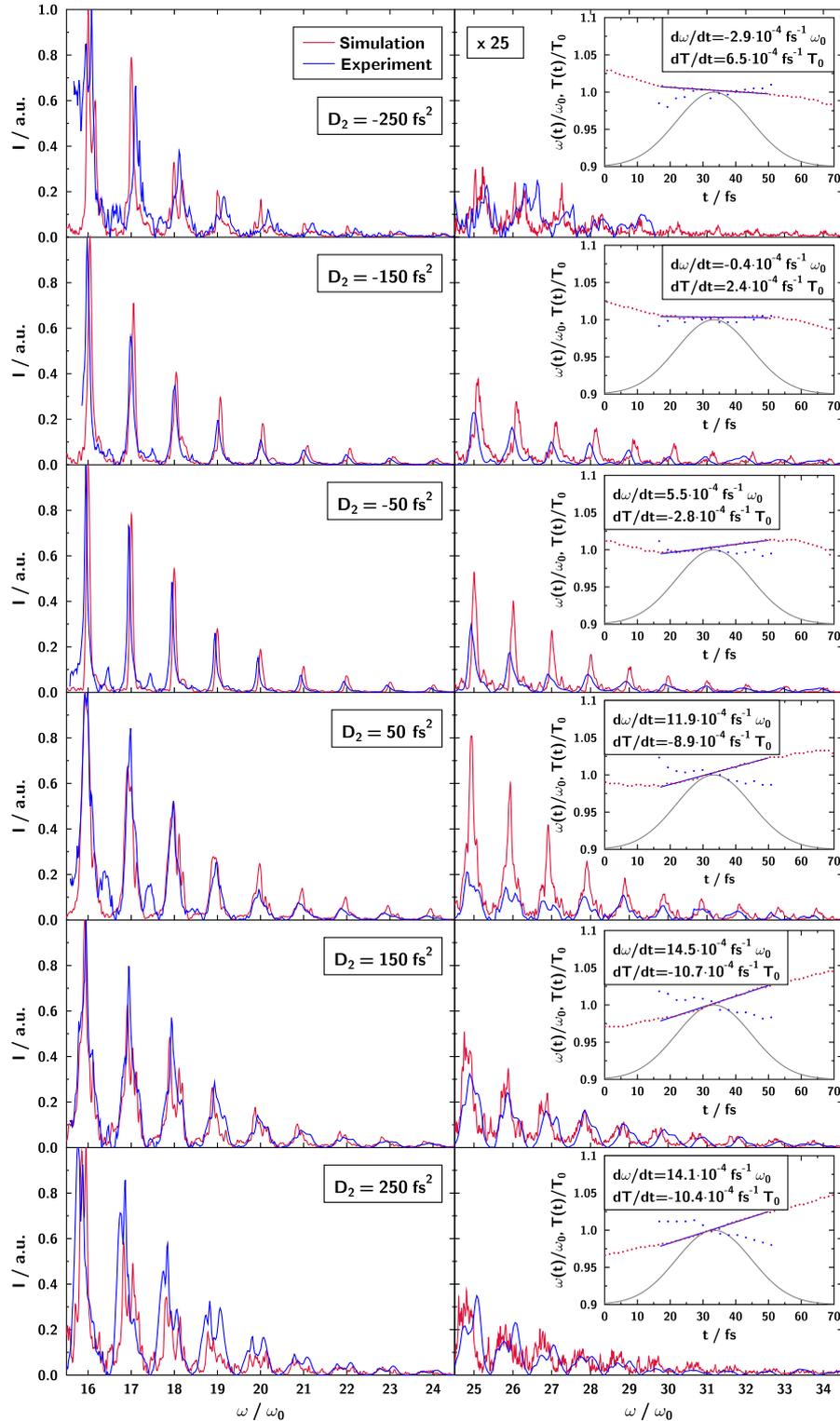


Abbildung 24: Vergleich zwischen experimentellen (blaue Kurven) und simulierten Harmonisenspektren (rote Kurven) bei variierendem Chirp des treibenden Laserpulses: Die Bandbreite der Harmonischen ist besonders gering für  $D_2^L = -50 \text{ fs}^2$ . Bei dieser Einstellung wird der Chirp  $D_2^{\text{dent}}$  durch die bewegte Plasmaoberfläche kompensiert. Umso stärker der Chirp des treibenden Lasers  $D_2^L$  von diesem Wert abweicht, desto größer wird die Bandbreite der Harmonischen. Harmonisenspektren, die von *D. Hemmers* mit einem 2D-PIC-Code simuliert wurden, zeigen eine exzellente Übereinstimmung mit den experimentellen Daten. Die Simulationsparameter sind:  $a_0 = 8$ ,  $n_e^{\text{max}} = 400n_c$ ,  $L_P = \lambda/20$ ,  $\Delta t_{\text{FTL}} = 10\lambda/c$ .

## 7 Verstärkung von einzelnen ROM-Harmonischen bei der Erzeugung an Plasmastufen

Bei den Experimenten, die in den vorangegangenen Kapiteln vorgestellt wurden, hat man ROM-Harmonische mit einzelnen Laserpulsen erzeugt. Für zukünftige Anwendungen benötigt man die Harmonischenstrahlung allerdings mit einer möglichst hohen Repetitionsrate. Das Ziel, ROM-Harmonische mit der Repetitionsrate des JETI-Lasers von 10 Hz zu erzeugen, wurde mit frequenzverdoppelten Laserpulsen verfolgt. Diese Pulse können über einen langen Zeitraum generiert werden und besitzen einen sehr hohen Pulskontrast.

Nach den Ergebnissen von Kapitel 4 könnte man allerdings annehmen, dass die Verwendung von einem sehr hohen Pulskontrast bzw. sehr kurzen Plasmaskalenlängen besonders nachteilig für die effiziente Erzeugung von ROM-Harmonischen ist. In diesem Kapitel wird mit Hilfe von Experimenten und Simulationen gezeigt, dass diese Einschätzung in dieser Absolutheit nicht zutrifft. Es wird sich stattdessen herausstellen, dass bei nahezu stufenförmigen Plasmadichteprofilen eine *Verstärkung einzelner Harmonischenordnungen* auftritt. Bemerkenswert ist dabei, dass die bisher dargestellte Theorie die auftretenden Effekte nicht berücksichtigt, obwohl der Fall einer Plasmastufe den theoretischen Modellen am nächsten kommt.

Zur Interpretation der experimentellen Resultate werden PIC-Simulationen durchgeführt, die die experimentellen Resultate reproduzieren können. Mit Hilfe dieser Simulationen wird außerdem ein theoretisches Modell entwickelt, das die verstärkten Harmonischen erklären kann. Nach diesem Modell besitzt die Erzeugung der Harmonischen an relativistischen Plasmaoberflächen eine große Ähnlichkeit mit der Frequenzmodulation von Audio- und Radiosignalen in der Elektrotechnik. Die hier dargestellten Ergebnisse sind die Grundlage für das Manuskript von *C. Rödel, E. Eckner et al.* [21].

Zuerst sollen die experimentellen Resultate im Detail beschrieben und diskutiert werden: Der Aufbau des Experiments ist schematisch in Abb. 25 dargestellt. Zu Beginn wird mit einer  $\lambda/2$ -Platte die lineare Polarisation der Fundamentalen eingestellt, sodass die Laserpulse vertikal zur Grundplatte polarisiert sind. In einem 0,7-mm-dicken KDP-Kristall werden anschließend die frequenzverdoppelten Pulse durch Typ-I-Phasenanpassung effizient erzeugt. Man beachte, dass die frequenzverdoppelten Pulse dabei mit einer linearen Polarisation erzeugt werden, die um  $90^\circ$  gegenüber der Fundamentalen gedreht ist und somit horizontal zur Grundplatte orientiert ist. Dichroitisch beschichtete Umlenkspiegel, welche hochreflektiv für 400 nm und antireflektiv für 800 nm sind, filtern die Fundamentale anschließend heraus. Zur Optimierung der SHG-Effizienz werden die 400-nm-Pulse mit einem optionalen Umlenkspiegel aus der Vakuumkammer geführt, sodass die Pulsenergie und die Polarisation gemessen werden können. Die  $\lambda/2$ -Platte und der KDP-Kristall wer-

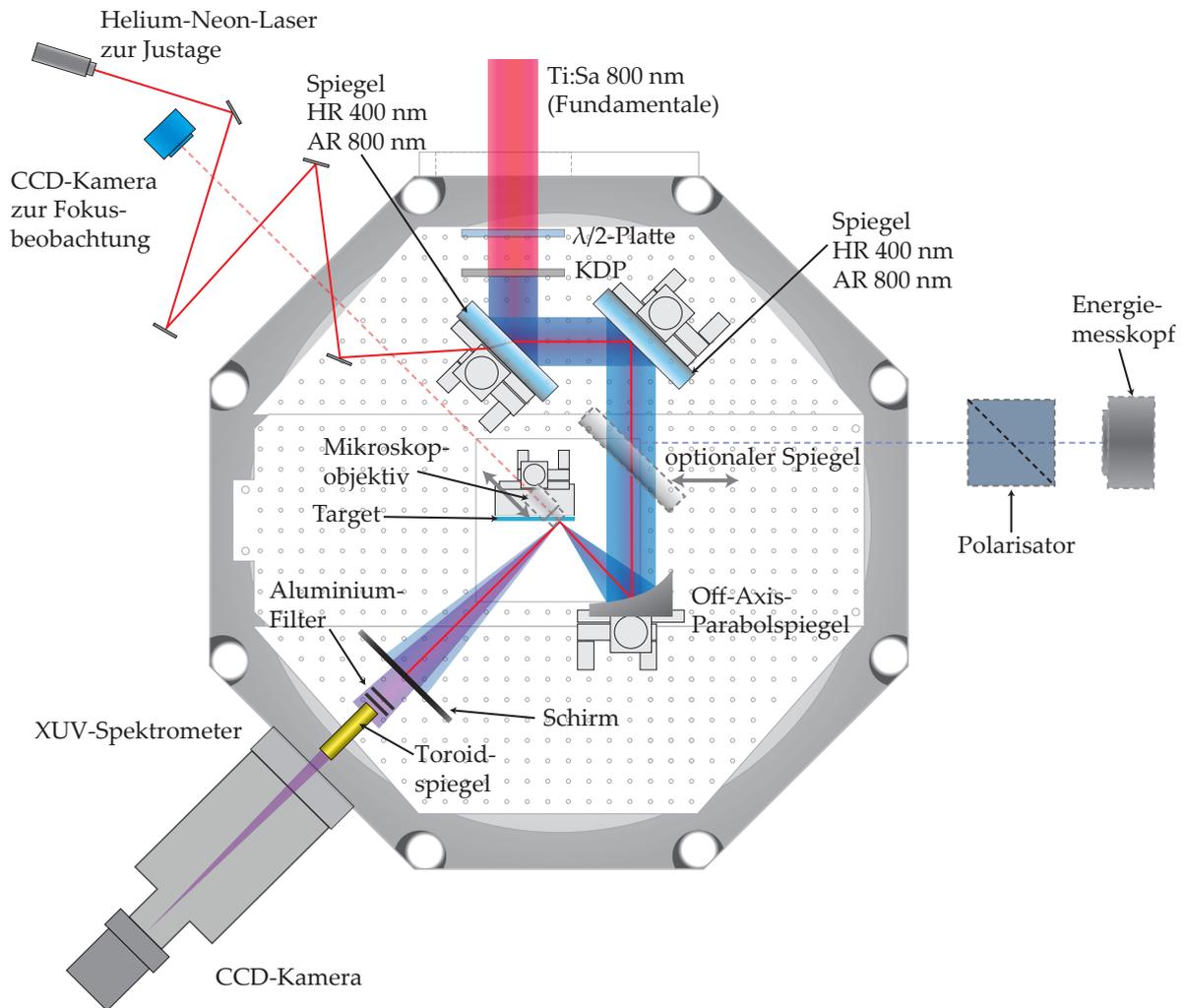


Abbildung 25: **Experimenteller Aufbau zur Erzeugung von Oberflächenharmonischen mit frequenzverdoppelten Pulsen (400nm)**: Die Pulse des JETI-Lasersystems werden in einer Vakuum-Beamline ( $10^{-4}$  mbar) zur Experimentierkammer geführt. Mit einer Halbwellenplatte wird die lineare Polarisation der Laserpulse zuerst derart gedreht, dass die frequenzverdoppelten Pulse in p-Polarisation auf die Festkörperoberfläche auftreffen. Der Einfallswinkel auf die Oberfläche aus Glas bzw. Plastik beträgt  $45^\circ$ . Die Fundamentale wird dabei von dichroitischen Spiegeln (Laseroptik GmbH, Garbsen) herausgefiltert, während die frequenzverdoppelten Pulse reflektiert werden. Ein Off-Axis-Parabolspiegel mit 11,9 mm effektiver Brennweite fokussiert die Laserpulse auf relativistische Intensitäten. Die Harmonischen werden mit dem kalibrierten, abbildenden Spektrometer detektiert.

den dabei so justiert, dass die Pulsenergie der frequenzverdoppelten Pulse maximal wird ( $E_{2\omega_L} \simeq 120$  mJ) und der Laser in der horizontalen Ebene polarisiert ist. Die optimierten, frequenzverdoppelten Pulse werden anschließend mit einem Off-Axis-Parabolspiegel unter einem Einfallswinkel von  $45^\circ$  in p-Polarisation auf die Target-Oberfläche fokussiert. Die Harmonischenstrahlung wird mit dem kalibrierten XUV-Spektrometer detektiert. Die optische Strahlung wird zuvor mit zwei 200 nm-dünnen Aluminiumfolien geblockt.

Die Intensitätsverteilung der frequenzverdoppelten Pulse in der Fokusebene wird mit einem Mikroskopobjektiv auf eine CCD-Kamera abgebildet. Dazu wird die Pulsenergie der frequenzverdoppelten Pulse stark reduziert, um eine Zerstörung des Mikroskopobjektivs zu vermeiden. Mit der Fokusabbildung wird eine Fokusfläche von  $A_{\text{FWHM}} = 3,6 \mu\text{m}^2$  gemessen, in der sich 29% der Pulsenergie befinden (s. Abb. 2). Es lassen sich somit die Laser- und Plasma-Parameter abschätzen: Mit der in Abschnitt 2.3.1 geschätzten Pulsdauer  $\Delta t_{2\omega_L} = 45 \text{ fs}$  wird eine Intensität  $I = \frac{E_{2\omega_L}}{\Delta t_{2\omega_L} A_{\text{FWHM}}} = 2 \cdot 10^{19} \text{ W/cm}^2$  bzw. ein normiertes Vektorpotential von  $a_0 \approx 2$  erreicht. Die frequenzverdoppelten Pulse besitzen außerdem einen sehr hohen Pulscontrast, welcher nach Abschnitt 2.6.2 zu einer Plasmaskalenlänge  $L_P = \lambda/50$  führt. Das Plasmadichteprofil ist somit nahezu stufenförmig, sodass der Laser mit einem Plasma wechselwirkt, bei dem *eine* Plasmafrequenz  $\omega_P = \omega_P^{\text{max}}$  dominant ist.

**Detektion von verstärkten ROM-Harmonischen und Demonstration der Erzeugung mit 10 Hz:** Zwei typische Harmonischenspektren sind in Abb. 26 dargestellt. Zunächst kann man erkennen, dass ROM-Harmonische bis zur L-Absorptionskante von Aluminium bei 73 eV erzeugt werden können. Die Stärke der ROM-Harmonischen ist dabei vergleichbar mit dem Signal, das mit hohem Pulscontrast und 800 nm-Pulsen gemessen wurde.

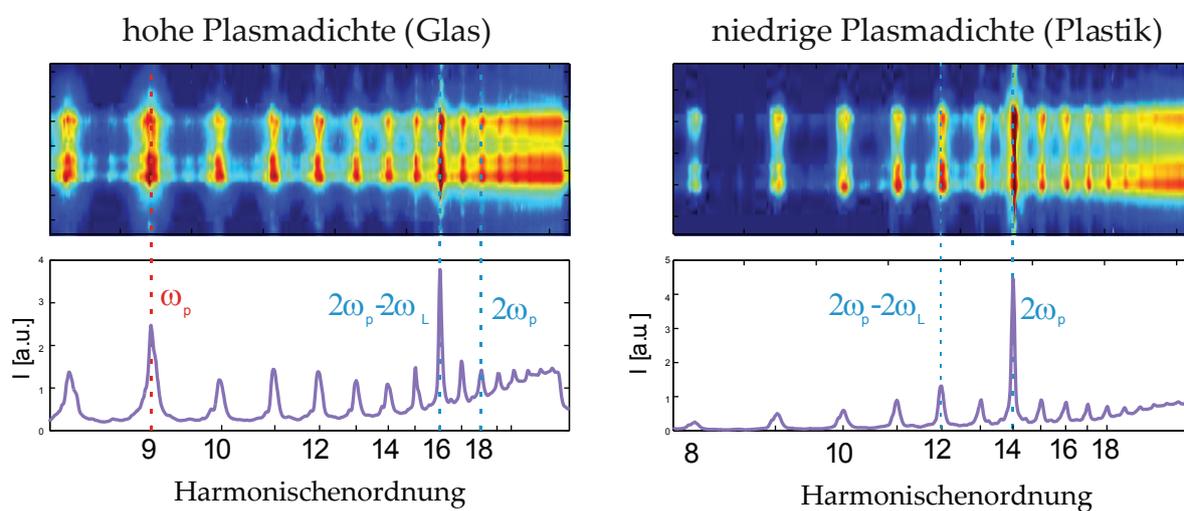


Abbildung 26: **Emission verstärkter Harmonischer bei sehr hohem Pulscontrast:** Oben ist das Detektorbild des Spektrometers dargestellt und unten das dazugehörige Harmonischensignal (vertikale Integration des Detektorbildes).

**links:** Für ein dichtes Plasma (Quarzglasoberfläche) bzw. für eine hohe Plasmafrequenz befindet sich die verstärkte Emission bei der 16ten Harmonischen bzw. bei  $2\omega_P - 2\omega_L$ .

**rechts:** Das Harmonischenspektrum, welches an einem weniger dichten Plasma erzeugt wurde (Plastikoberfläche), zeigt hingegen eine deutlich verstärkte Emission bei der 14ten Harmonischen ( $\omega_P \simeq 7\omega_L$ ). Die verstärkte Harmonische liegt bei  $2\omega_P$ .

Man beachte, dass neben den ROM-Harmonischen auch CWE-Harmonische detektiert werden: Die starke Emission der CWE-Harmonischen bei der Cutoff-Frequenz mit einer geringen Bandbreite ist ein Indiz dafür, dass eine sehr steile Plasmadichterampe vorliegt, bei der CWE-Harmonische optimal erzeugt werden können (s. Abschnitt 3.1). Im Fall der Glasoberfläche mit einer hohen Plasmadichte wird eine starke Emission bei  $\omega_{\text{co}}^{\text{CWE}} = 9\omega_L$  beobachtet, während sich der CWE-Cutoff für die weniger dichte Plastikoberfläche bei  $\omega_{\text{co}}^{\text{CWE}} = 7\omega_L$  befindet.<sup>54</sup> Damit folgt für die niedrige Plasmadichte (*low density*, Abk.: LD) eine maximale Plasmafrequenz  $\omega_P^{\text{LD}} \simeq 7\omega_L$  bzw. für die hohe Plasmadichte (*high density*, Abk.: HD)  $\omega_P^{\text{HD}} \simeq 9\omega_L$ .

Neben dem gewohnten spektralen Verlauf der ROM-Harmonischen, welcher bei Berücksichtigung der Spektrometer-Kalibrierung für steigende Harmonischenordnungen bisher stets abfallend war, erkennt man in Abb. 26 außerdem die *Verstärkung einzelner Harmonischenordnungen* weit oberhalb der CWE-Cutoff-Frequenz, d. h. bei Ordnungen, die bisher nur durch den ROM-Mechanismus erreicht werden konnten.<sup>55</sup> Man beachte, dass die Signalstärke der verstärkten Harmonischen vergleichbar<sup>56</sup> mit derjenigen ist, die bei der optimalen Plasmaskalenlänge  $L_P^{\text{ROM}} \simeq \lambda/5$  gemessen wurde.

Die Harmonischenordnung, bei der die Verstärkung auftritt, ist außerdem von der Dichte des Oberflächenmaterials bzw. von der maximalen Plasmadichte abhängig: Für  $\omega_P^{\text{HD}} \simeq 9\omega_L$  ist es vor allem die 16te Harmonische (49,6 eV) bei  $2\omega_P - 2\omega_L$ , vereinzelt aber auch die 18te (55,8 eV) Harmonische bei  $2\omega_P$ , bei der die Verstärkung beobachtet wird. Für Target-Oberflächen mit  $\omega_P^{\text{LD}} \simeq 7\omega_L$  ist es hingegen vor allem die 14te Harmonische (43,4 eV) bei  $2\omega_P$ , die um bis zu einem Faktor 5 gegenüber den benachbarten ROM-Harmonischen verstärkt ist [21]. Eine deutlich schwächer ausgeprägte Verstärkung ist bei der niedrigen Plasmadichte vereinzelt auch für die 16te Harmonische (49,6 eV) bzw. bei  $2\omega_P + 2\omega_L$  zu beobachten (s. Abb. 27). Generell ist festzuhalten, dass die Verstärkung *nie* bei ungeraden Harmonischenordnungen oder bei nichtrelativistischen Intensitäten auftritt.

Die verstärkte Harmonische kann außerdem relativ stabil mit der Repetitionsrate von 10 Hz erzeugt werden (s. Abb. 27). Ein schnelles Auslesen der CCD-Kamera ermöglicht bei dieser Messung die Aufnahme des Spektrums für jeden einzelnen Laserpuls. Bei einem Betrieb über eine Zeitspanne von 20 s ergeben sich somit 200 XUV-Spektren. Hierbei ist zu berücksichtigen, dass die Position der rotierenden Target-Oberfläche über diesen Zeitraum leicht schwankt, sodass es zu leichten Fluktuationen der Intensität bei der Erzeugung der

<sup>54</sup>Der Spektralbereich des abbildenden Spektrometers endet bei  $\omega = 8\omega_L$ . Für die Messung von  $\omega_{\text{co}}^{\text{CWE}} = 7\omega_L$  wurde ein anderes XUV-Spektrometer verwendet (s. Ref. [23]).

<sup>55</sup>Einige Arbeiten zeigen die Plasmaemission von Harmonischen der Plasmafrequenz und werden auch im Kontext der Oberflächenharmonischen behandelt [188, 189]. Dieser Effekt wird allerdings im Rahmen von Zwei-Plasmonen-Zerfall [190] gedeutet und kann für den hier diskutierten Effekt nicht als Erklärung dienen.

<sup>56</sup>Bei einigen Spektren ist die Signalstärke der verstärkten Harmonischen sogar höher als bei  $L_P \simeq \lambda/5$  für die betrachtete Photonenenergie.

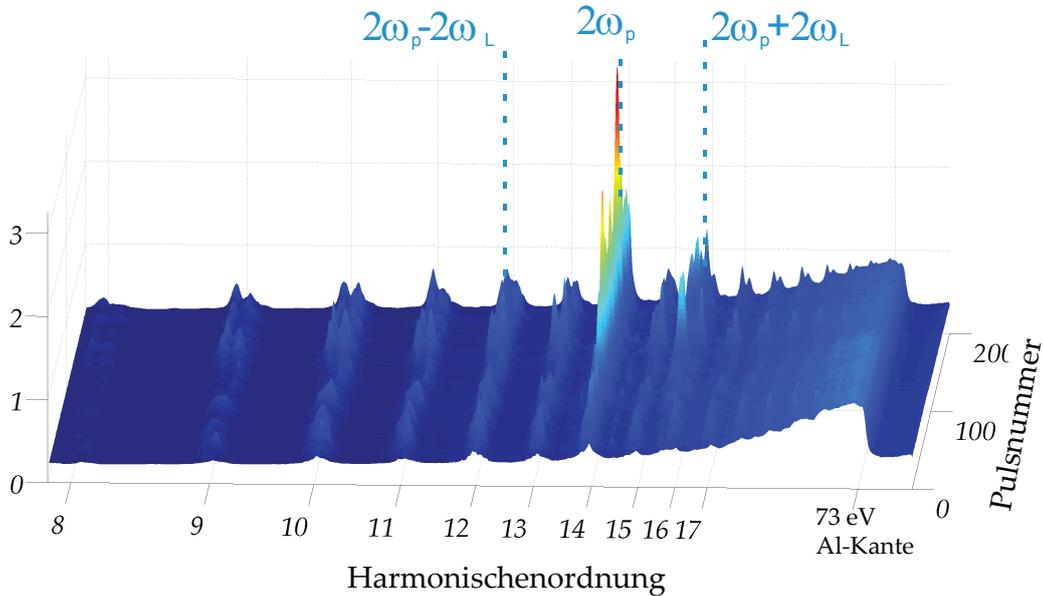


Abbildung 27: **Harmonischensignal, das mit 10 Hz und sehr hohem Pulscontrast detektiert wurde:** Bei einer fluktuierenden Intensität von  $10^{18} - 10^{19} \text{ W/cm}^2$  wurden 200 Harmonischenspektren mit einer Repetitionsrate von 10 Hz aufgenommen. Die Harmonischenemission zeigt bei  $2\omega_p$  und teilweise bei  $2\omega_p + 2\omega_L$  eine Verstärkung gegenüber benachbarten Harmonischen. Bei nichtrelativistischen Intensitäten ( $< 10^{18} \text{ W/cm}^2$ ) verschwinden die verstärkten Harmonischen.

Harmonischen kommt. Die Ordnung der verstärkten Harmonischen wird von dieser Fluktuation nicht beeinflusst. Man kann deshalb schlussfolgern, dass die Ordnung ausschließlich von der verwendeten Plasmadichte bzw. Plasmafrequenz abhängt.

Weitere Eigenschaften der verstärkten Harmonischen wurden experimentell untersucht:

1. Die Divergenz der verstärkten Harmonischen beträgt  $\approx 28 \text{ mrad}$  und ist vergleichbar mit derjenigen der benachbarten ROM-Harmonischen (s. Abb. 43 im Anhang).
2. Die Bandbreite der verstärkten Harmonischen beträgt  $\approx 0,36 \text{ eV}$ . Auch diese Eigenschaft ist vergleichbar mit den benachbarten ROM-Harmonischen (s. Abb. 44 im Anhang).

Mit Hilfe der Divergenzmessung lässt sich analog zu Kapitel 4 die Effizienz bzw. die Pulsenergie der verstärkten Harmonischen bestimmen. Für die in Abb. 26 dargestellten Spektren ergibt sich eine Pulsenergie von  $\approx 1 \mu\text{J}$  der verstärkten Harmonischen bei etwa 50 eV. Mit einer Pulsenergie von  $\approx 1 \mu\text{J}$  und einer Repetitionsrate von 10 Hz sind die verstärkten Harmonischen bereits für wissenschaftliche Anwendungen wie *Coherent Diffraction Imaging* [16, 191] oder das *Seeding von Freie-Elektronen-Lasern* [14, 15] interessant. Infolge der Verwendung von Pulsen mit einer Pulsenergie  $E_{2\omega_L} \approx 100 \text{ mJ}$  ergibt sich eine Effizienz von  $\eta \approx 1 \cdot 10^{-5}$  der verstärkten Harmonischen. Analog zur Diskussion in Abschnitt 4

trägt allerdings nur ein Teil der Pulsenergie zum Erzeugungsprozess bei. Betrachtet man nur den Teil der Pulsenergie, der auf mindestens die Hälfte der Spitzenintensität fokussiert wird, ergibt sich eine Effizienz von  $\eta \approx 3 \cdot 10^{-5}$ . Man beachte, dass dies deutlich über der Effizienz liegt, mit der ROM-Harmonische bei den jeweiligen Photonenenergien für die Plasmaskalenlänge  $L_P \simeq \lambda/5$  erzeugt werden konnten (vgl. Kapitel 4 und Abb. 14).

## 7.1 Frequenzsynthese durch den ROM-Mechanismus im XUV

Das Auftreten von einzelnen verstärkten ROM-Harmonischen kann mit der bisherigen theoretischen Betrachtung nach Abschnitt 3.2 nicht erklärt werden. Sowohl das ROM-Modell als auch die BGP-Theorie sagen ausschließlich ein monoton abfallendes Spektrum der ROM-Harmonischen vorher. Um den Ursprung der verstärkten Harmonischen aufzuklären, wurden zuerst PIC-Simulationen mit Parametern durchgeführt, die denen im Experiment möglichst nahe kommen: Für das Target mit der niedrigen Plasmadichte wird  $\omega_P^{\text{LD}} = 7\omega_L$  bzw.  $n_e = 49n_c$  sowie  $a_0 = 2,5$  und  $\Delta t = 45$  fs verwendet. Zur Vereinfachung der nachfolgenden Diskussion wird eine unbewegliche Ionendichte und ein stufenförmiges Plasmaprofil angenommen. Es stellt sich heraus, dass eine Plasmaskalenlänge  $L_P = \lambda/50$  zu vergleichbaren Ergebnissen führt. Im Folgenden wird eine Simulation diskutiert, bei der die Plasmafrequenz  $\omega_P^{\text{LD}} = 7\omega_L$  beträgt.

In Abb. 28 ist die Zeitfrequenzanalyse bzw. das Spektrum des reflektierten Feldes dargestellt. Die Ausdehnung des Plasmas und das Zeitfenster wurde dabei so gewählt, dass inkohärente Strahlung, die z. B. durch Zwei-Plasmonen-Zerfall innerhalb des Plasmas entstehen kann [190, 192], nicht mit der Harmonischenemission überlagert wird (s. Abb. 45 im Anhang). Zunächst zeigt sich, dass die Verstärkung der Harmonischen bei  $2\omega_P$  reproduziert werden kann.

Das Zeitfrequenzspektrum enthüllt allerdings auch ein weiteres Detail der verstärkten Harmonischen bei  $2\omega_P$ : Die Harmonische bei  $2\omega_P$  wird gegenüber den benachbarten Harmonischen etwas verzögert emittiert. Bemerkenswert ist außerdem, dass sich das gleiche Verhalten für die Harmonischen bei  $\omega_P \pm \omega_L$  zeigt. Später wird sich herausstellen, dass diese Harmonischen eng mit der verstärkten Harmonischen bei  $2\omega_P$  zusammenhängen.

Zur Aufklärung des Ursprungs der verstärkten Harmonischen betrachte man nun die Elektronendichte  $n_e(x, t)$  in Abb. 29: Die Plasmaoberfläche oszilliert nicht nur bei der Laserfrequenz  $\omega_L$ , d. h. bei einer optischen Frequenz, sondern es ist außerdem eine *hochfrequente Oszillation der Plasmaoberfläche bei der Plasmafrequenz  $\omega_P$*  erkennbar. Es ist hierbei zu betonen, dass die hochfrequente Plasmaoszillation eine Frequenz  $\omega_P$  von einigen PHz besitzt (s. Tab. 3). Im Folgenden werden die jeweiligen Oszillationen der Plasmaoberfläche analog zur Nomenklatur in der Elektrotechnik als niederfrequent (NF) oder hochfrequent (HF) bezeichnet.

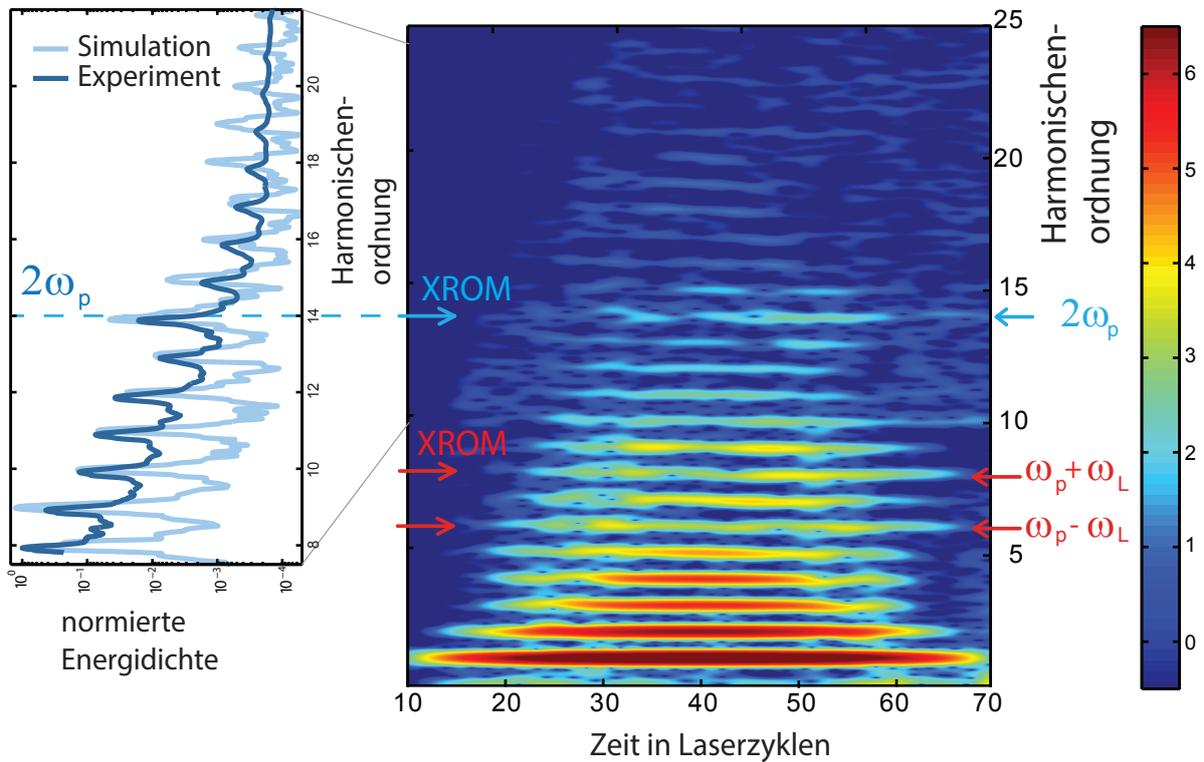


Abbildung 28: **Zeitfrequenzspektrum aus 1D-PIC-Simulation:** Die Parameter der Simulation ( $a_0 = 3$ ,  $n_e = 49n_c$ ,  $\omega_p = 7\omega_L$ , stufenförmiges Plasmadichteprofil) wurden so gewählt, dass sie das Experiment möglichst gut beschreiben. Das reflektierte Feld wird dabei mit einer Fourier-Transformation  $E_r(t_F, \omega)$  analysiert (Falschfarbenskala, logarithmisch), wobei  $t_F$  die Position des Zeitfensters  $\exp((t - t_F)^2 / \Delta t_F)$  darstellt. Die Dauer des Zeitfensters  $\Delta t_F$  wurde dabei so gewählt, dass man die Harmonischenordnungen auflösen lassen. Man beachte, dass die verstärkte Harmonische bei  $2\omega_p$  und  $\omega_p \pm \omega_L$  eine etwas verzögerte Emission im Vergleich zu den benachbarten Harmonischen in diesem Bereich zeigt.

**links:** Hier ist das Spektrum des reflektierten Feldes dargestellt (hellblau), das man durch Integration über das gesamte Zeitfenster erhält. Man kann auch hier erkennen, dass die Harmonische bei  $2\omega_p$  gegenüber den benachbarten Harmonischen verstärkt ist. Zum Vergleich ist außerdem die spektrale Energiedichte eingezeichnet, die unter Berücksichtigung der Spektrometer-Kalibrierung aus den experimentellen Daten (Abb. 26 links) gemessen wurde (dunkelblau). Das experimentelle Resultat stimmt sehr gut mit der Simulation überein.

Bemerkenswert ist hierbei, dass maximale Geschwindigkeit der HF-Oszillation beträchtlich ist, obwohl die Amplitude der HF-Oszillation  $x_P$  eine Größenordnung geringer ist als die Amplitude der NF-Oszillation bei  $\omega_L$ : Man vergleiche dazu die HF-Oszillation  $x_{\text{HF}}(t) = x_P \sin(\omega_P t)$  mit der NF-Oszillation  $x_{\text{NF}}(t) = x_L \sin(\omega_L t)$ . Die Ableitung nach  $t$  führt zur Geschwindigkeitsamplitude  $\beta_P^{\text{max}} = x_P \cdot \omega_P$  bzw.  $\beta_L^{\text{max}} = x_L \cdot \omega_L$ . Die hohe Frequenz  $\omega_P$  der HF-Oszillation kann somit die niedrigere Oszillationsamplitude  $x_P$  gegenüber der NF-Oszillation ausgleichen. Die maximale Geschwindigkeit der mit  $\omega_P$  oszillierenden Oberflächenmode lässt sich aus Abb. 29 erhalten und es gilt  $\beta_P^{\text{max}} \approx 0,1c$ , d. h. die hochfre-

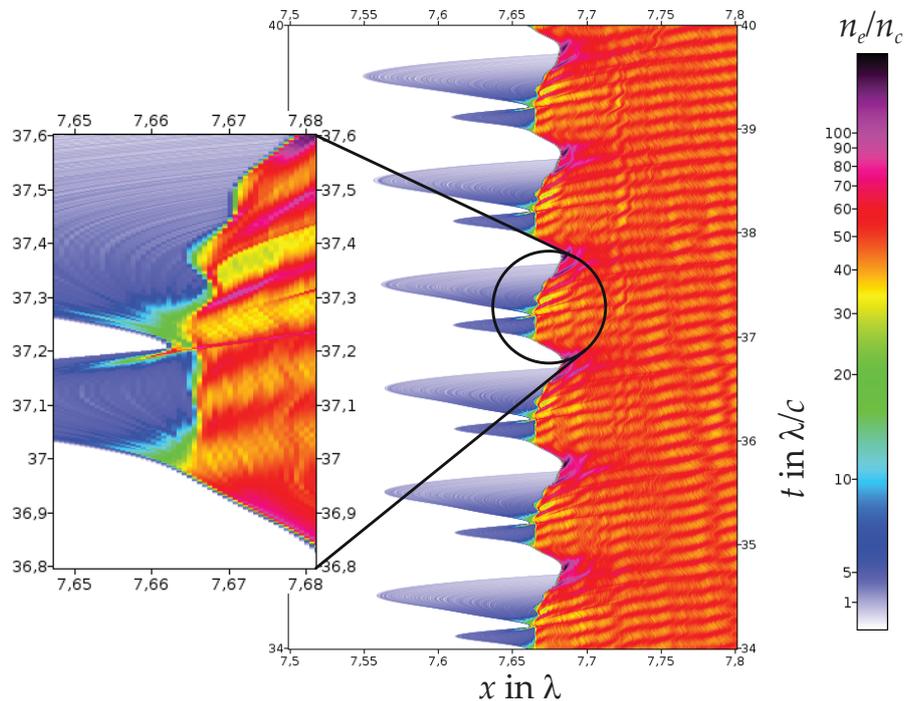


Abbildung 29: **Elektronendichte aus 1D-PIC-Simulation bei ursprünglich stufenförmigem Plasmadichteprofil:** Die Elektronendichte  $n_e(x, t)$  an der Plasmaoberfläche zeigt eine starke Oszillation bei  $\omega_L$  und  $\omega_P$ . Die Plasmaoberfläche wird dabei vom Laserfeld und den dichten Brunel-Elektronen getrieben, die aus der Plasmaoberfläche beschleunigt und wieder in das Plasma getrieben werden. Die Trajektorien der Brunel-Elektronen weichen bei diesen Parametern allerdings stark von der in Abschnitt 2.6.3 diskutierten Form ab. So wird beispielsweise ein sehr dichter Elektronenpuls bei  $t = 37,2 T_L$  in die Plasmaoberfläche injiziert, welcher mit dem Brunel-Modell nicht erklärt werden kann. Die Ursache der veränderten Brunel-Trajektorien bei relativistischen Intensitäten ist das quasistatische Magnetfeld, das an der Oberfläche existiert und eine Zyklotron-Bewegung verursacht [143].

quente Oszillation bei  $\omega_P$  ist relativistisch. Es ist davon auszugehen, dass die hochfrequente Oszillation der Plasmaoberfläche mit  $\omega_P$  – analog zum mit  $\omega_L$  oszillierenden Plasmaspiegel – zu einer Modulation des reflektierten Pulses durch den ROM-Mechanismus führen kann. Die hochfrequente Plasmaoszillation im XUV wird deshalb auch als XROM bezeichnet.

Im Folgenden wird kurz diskutiert, wie die Oszillation mit  $\omega_P$  zustande kommt: In Abb. 29 erkennt man im Detail, dass die Oszillation mit  $\omega_P$  insbesondere dann angeregt wird, wenn dichte Elektronenpulse in die Plasmaoberfläche (definiert durch  $n_e = 49n_c$ ) getrieben werden. Die XROM-Oszillation wird daher im Gegensatz zu der ROM-Oszillation bei  $\omega_P$  durch die rückkehrenden Brunel-Elektronen angeregt. Man beachte an dieser Stelle, dass sich die Trajektorien der Brunel-Elektronen sehr stark gegenüber dem nichtrelativistischen Fall unterscheiden, der in Abb. 10 dargestellt ist. Es ist bekannt, dass sich die Trajektorie der Brunel-Elektronen für relativistische Intensitäten signifikant ändert und dies zu niederfrequenten Modulationen der ROM-Harmonischen führen kann [193]. *J.-P. Geindre*

*et al.* [143, 193] haben gezeigt, dass im relativistischen Fall die Trajektorie der Elektronen durch das hohe quasistatische Magnetfeld an der Plasmaoberfläche beeinflusst wird (*AC gyromagnetic effect* [193]) und die Elektronen neben der Laserfrequenz  $\omega_L$  auch mit einer weiteren Frequenz  $\omega_c \propto \sqrt{I}$  oszillieren (s. Abb. 1 in Ref. [193]). Diese Oszillation mit  $\omega_c$  ist in Abb. 29 für sehr gut zu beobachten. Es ist außerdem erkennbar, dass die Amplitude der Oberflächenoszillation durch diesen Effekt stark reduziert wird. In Ref. [193] wurde gezeigt, dass der maximale  $\gamma$ -Faktor der vom Laserfeld beschleunigten Elektronen für Intensitäten im Bereich  $5 \cdot 10^{17} \text{ W/cm}^2$  bis  $1 \cdot 10^{19} \text{ W/cm}^2$  bei einem Wert von  $\gamma \approx 1,35$  eine Sättigung durch den AC-gyromagnetischen Effekt erreicht (vgl. Abb. 5 in Ref. [193]). Eine derartige Limitierung des  $\gamma$ -Faktors durch den AC-gyromagnetischen Effekt könnte somit für eine Abschwächung des ROM-Prozesses bei  $\omega_L$  bei moderat relativistischen Intensitäten verantwortlich sein. Andererseits scheint die Ausprägung des dichten Elektronenpulses an der Plasmaoberfläche, der die XROM-Oszillation bei  $\omega_P$  treibt, eng mit diesem Effekt verbunden zu sein.

Generell ist festzustellen, dass die Anregung der Oszillation mit  $\omega_P$  nur in einem relativ kleinen Parameterbereich in den Simulationen beobachtet werden konnte. Hier nicht dargestellte Simulationen haben gezeigt, dass die verstärkte Harmonische für stark relativistische Intensitäten oder ausgedehnte Plasmadichtegradienten von den ROM-Harmonischen überdeckt wird.

**Modellierung des XROM-Mechanismus:** Die Auswirkungen der komplexen Bewegung der Plasmaoberfläche auf das Spektrum der Oberflächenharmonischen soll im Folgenden diskutiert werden. Zunächst wird anhand der transversalen Stromdichte  $j_{\perp}(x', t')$  überprüft, ob es sich um den relativistischen Doppler-Effekt handelt, der die verstärkte Harmonischenstrahlung verursacht. Die transversale Stromdichte  $j_{\perp}(x', t')$  kann dazu aus der PIC-Simulation erhalten werden und ist in Abb. 30 (links) dargestellt. Das emittierte Harmonischenspektrum lässt sich nun nach Gl. 3.3 durch Integration der transversalen Stromdichte unter Berücksichtigung der retardierten Zeit  $t' = t - (x' - x)/c$  berechnen, was nach Gl. 3.7 in der Fourier-Darstellung dem *retardierten Spektrum*  $j_{\perp}(k = \omega/c, \omega)$  mit  $k = \omega/c$  entspricht.

In Abb. 30 (rechts) ist das retardierte Spektrum der Simulation dargestellt und es zeigt wie erwartet die Verstärkung der Harmonischen bei  $2\omega_P = 14\omega_L$ . Man beachte, dass im *instantanen Spektrum* bei  $k = 0$ , für das  $c \rightarrow \infty$  gilt, *keine* Emission bei  $2\omega_P$  zu beobachten ist. Die Erzeugung der verstärkten Harmonischen bei  $2\omega_P$  wird nach Abschnitt 3.2 somit durch relativistische Retardierung bzw. durch den Doppler-Effekt einer relativistisch bewegten Quelle verursacht. Interessant ist in diesem Zusammenhang auch die starke Harmonischenemission bei  $\omega_P = 7\omega_L$ , welche sowohl im instantanen als auch im retardierten Spektrum zu beobachten ist. Dies ist charakteristisch für die Harmonischenerzeugung durch

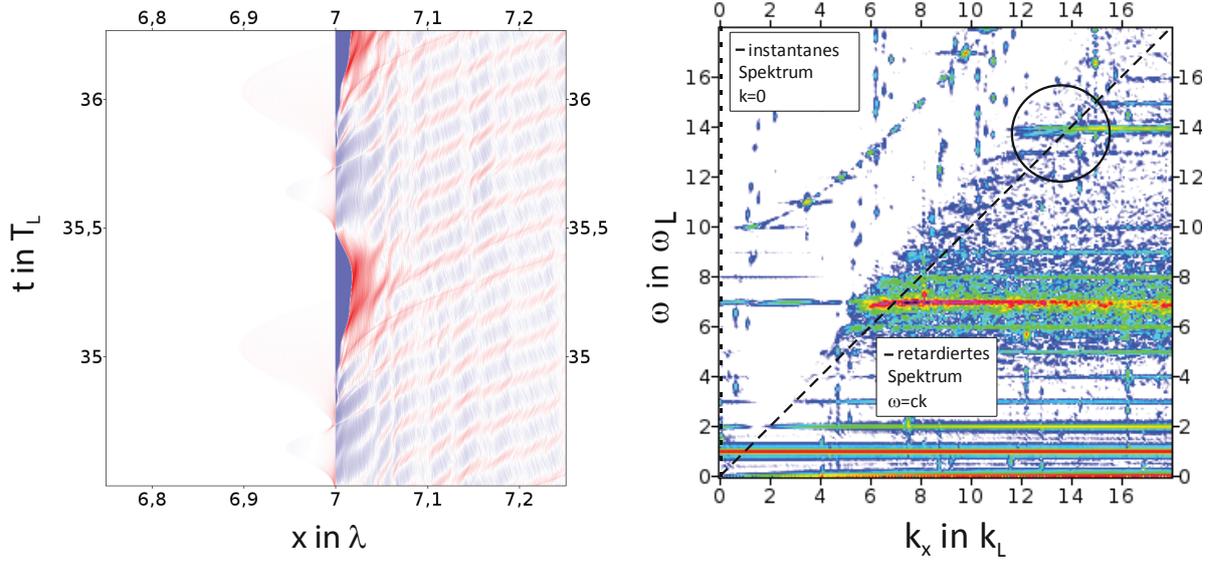


Abbildung 30: **Transversale Stromdichte aus der 1D-PIC-Simulation:**

**links:** Die transversale Stromdichte  $j_{\perp}(x', t')$  zeigt eine Oszillation der Plasmaoberfläche mit  $\omega_L$  und  $\omega_P$ . An der Oberfläche erkennt man vor allem eine *ortsfeste* Oszillation mit  $\omega_L$ . Innerhalb des Plasmas werden auch Oszillationen der Stromdichte bei  $\omega_P$  angeregt.

**rechts:** Die transversale Stromdichte  $j_{\perp}(k, \omega)$  zeigt eine verstärkte Harmonischenemission bei  $2\omega_P = 7\omega_L$  entlang des retardierten Spektrums bei  $\omega = ck$ . Die verstärkte Harmonische bei  $2\omega_P$  ist dabei auf den relativistischen Doppler-Effekt zurückzuführen, da die Oszillation mit  $2\omega_P$  im instantanen Spektrum  $k = 0$  *nicht* vorhanden ist.

CWE, bei der die Elektronendichte bzw. die transversale Stromdichte zu einer *ortsfesten* Oszillation  $j_{\perp} \propto \sin(\omega_P t')$  angeregt wird. Effekte der Retardierung sind folglich für den CWE-Mechanismus nicht ausschlaggebend.

Zur Modellierung der verstärkten Harmonischen kann nun ausschließlich der Anteil der transversalen Stromdichte in  $j_{\perp}(x', t')$  berücksichtigt werden, der zur Erzeugung der verstärkten Harmonischen bei  $2\omega_P$  führt. Betrachtet man die Stromdichte der PIC-Simulation in Abb. 30 (links), so treten vor allem die Oszillationen mit  $\omega_L$  und  $\omega_P$  auf. Die Stromdichte kann somit durch

$$j_{\perp}^{\text{mod}}(x', t') = j_{\perp,0} \cos(\omega_L(t' - x(t')/c) + \varphi_j) \cdot \begin{cases} e^{-\frac{x' - x(t')}{L_s}} & \text{für } x' \geq x(t') \\ 0 & \text{für } x' < x(t') \end{cases} \quad (7.1)$$

$$x(t') = x_L \cos(\omega_L t' + \varphi_L) + x_P \cos(\omega_P t' + \varphi_P). \quad (7.2)$$

mit den Amplituden  $x_L$ ,  $x_P$  und Phasen  $\varphi_L$ ,  $\varphi_P$  näherungsweise beschrieben werden. Zur Vereinfachung der Diskussion besitzt die modellierte Stromdichte keine zeitliche Einhüllende. Die modellierte, transversale Stromdichte mit den Parametern aus der PIC-Simulation ist in Abb. 31 dargestellt. Mit Gl. 3.3 kann nun das retardierte Spektrum berechnet werden

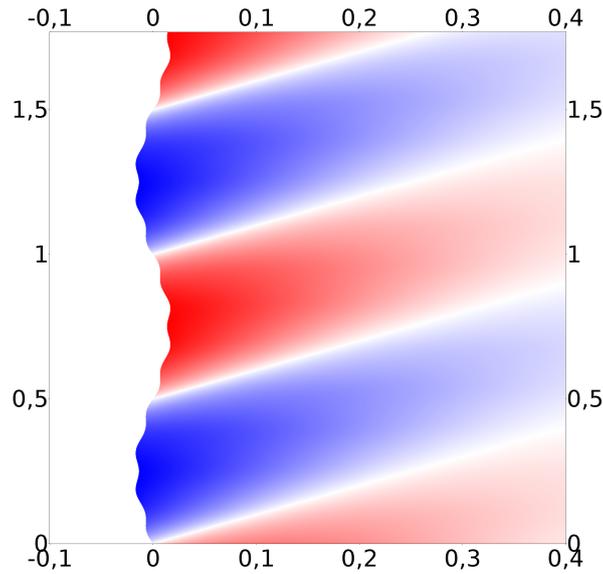


Abbildung 31: **Modellierte transversale Stromdichte:** Die transversale Stromdichte wird mit Gl. 3.3 modelliert, um denjenigen Anteil der Stromdichte aus der PIC-Simulation zu extrahieren, welcher zur Emission der verstärkten Harmonischen bei  $2\omega_p$  führt. Die Oszillation des relativistischen Spiegels besitzt hierbei die Frequenzen  $\omega_L$  und  $\omega_P$ .

(s. Abb. 32 links). Man kann erkennen, dass das Harmonischenspektrum der PIC-Simulation bzw. des Experiments qualitativ reproduziert werden kann. Sowohl die Harmonische bei  $2\omega_P$  als auch bei  $2\omega_P + 2\omega_L$  sind verstärkt – genauso wie es im Experiment und der Simulation beobachtet wurde.

Im Modell lässt sich nun der Einfluss der Retardierung untersuchen, indem man in Gl. 3.3 den Grenzfall  $c \rightarrow \infty$  bzw.  $t' = t$  verwendet. Das auf diese Weise berechnete Harmonischenspektrum ist in Abb. 32 (rechts) dargestellt und unterscheidet sich signifikant vom Spektrum, bei dem die Retardierung berücksichtigt wurde. Das Harmonischenspektrum fällt zum einen wesentlich steiler ab und zum anderen kann die Verstärkung bei  $2\omega_P$  nicht beobachtet werden. Hier wird bereits deutlich, dass die Retardierung entscheidend zur Erzeugung der verstärkten Harmonischen beiträgt.

Die Harmonischenspektren, die für den Fall der hohen Plasmadichte bzw.  $\omega_P^{\text{HD}} = 9\omega_L$  mit dem Stromdichtemodell berechnet wurden, sind im Anhang in Abb. 47 dargestellt. Auch hier ist die im Experiment beobachtete Verstärkung bei  $2\omega_P$  bzw.  $2\omega_P \pm 2\omega_L$  nur dann zu erkennen, wenn der Effekt der Retardierung berücksichtigt wird.

Eine weitere Vereinfachung der Modellierung kann erreicht werden, indem man die Erzeugung der ROM-Harmonischen mit dem ROM-Modell nach Gl. 3.15 beschreibt, d. h. man macht den Übergang vom Stromdichtemodell zu einem idealen Spiegel. Die Trajektorie des Spiegels  $x(t')$  ist analog zur vorangegangenen Diskussion durch die niederfrequente Oszillation mit  $\omega_L$  (ROM) und die hochfrequente Oszillation mit  $\omega_P$  (XROM) nach Gl. 7.2 gegeben. Das Harmonischenspektrum, das mit diesem Modell berechnet wurde, ist in Abb. 33

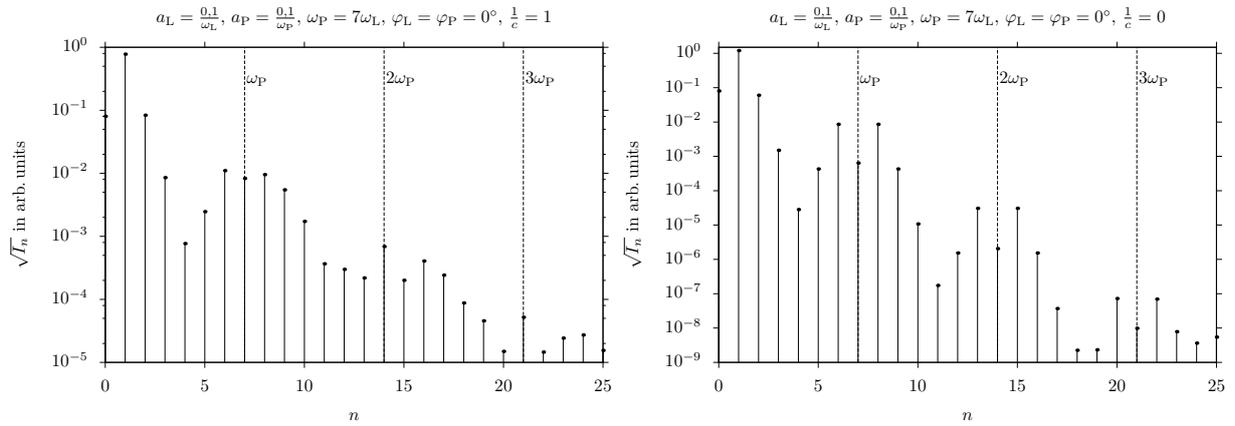


Abbildung 32: **Berechnung des Harmonischenspektrums aus der modellierten, mit  $\omega_P = 7\omega_L$  oszillierenden, transversalen Stromdichte (links) mit Retardierung:** Die ersten Harmonischen besitzen ein abfallendes Spektrum, wie man es vom ROM erwartet, der bei  $\omega_L$  oszilliert. Außerdem können starke Harmonische bei  $\omega_P \pm \omega_L$  beobachtet werden. Die verstärkten Harmonischen bei  $2\omega_P$  und  $2\omega_P + 2\omega_L$  entsprechen dem Resultat der Simulation bzw. des Experiments.

**(rechts) ohne Retardierung, d. h.  $c \rightarrow \infty$ :** Das Harmonischenspektrum bei  $2\omega_P$  unterscheidet sich signifikant vom experimentell beobachteten Spektrum. Es tritt eine Verstärkung auf, die im Experiment bei diesen Harmonischenordnungen nicht beobachtet werden konnte.

dargestellt und zeigt keinen signifikanten Unterschied zur Modellierung der Harmonischen-erzeugung mit der Stromdichte (vgl. Abb. 32). Auch hier ergibt sich die Verstärkung der Harmonischen bei  $2\omega_P$  bzw.  $2\omega_P + 2\omega_L$  nur bei Berücksichtigung der Retardierung. Zusammenfassend kann man feststellen, dass sowohl das Stromdichtemodell als auch das ROM-Modell mit einer zusätzlichen Oszillation bei  $\omega_P$  nur dann die beobachteten Harmonischenspektren erklären kann, wenn der Effekt der Retardierung berücksichtigt wird.

Es soll nun diskutiert werden, welchen konkreten Einfluss die Retardierung für die Erzeugung der verstärkten Harmonischen hat. Man beachte, dass die Phasenmodulation im ROM-Modell zwar physikalisch direkt mit der Retardierung verknüpft ist; mathematisch kann der Einfluss der Retardierung jedoch getrennt werden, wenn man die Retardierung im ROM-Modell vernachlässigt (d. h.  $t' = t$  bzw.  $c \rightarrow \infty$ ). In diesem Grenzfall wird das ROM-Modell nach Gl. 3.15 zu einer einfachen Phasenmodulation  $E_r(t) = \sin(\omega_L t + 2kx(t))$ , wie sie zum Beispiel aus der Elektrotechnik oder Akustik bekannt ist. Das auf diese Weise erzeugte Harmonischenspektrum kann sogar analytisch behandelt werden und ergibt den in Abschnitt 3.2 diskutierten Abfall der Harmonischen durch Bessel-Funktionen.

Betrachtet man den Fall einer einfachen Phasenmodulation mit  $\omega_P$  (s. Abb. 33 rechts), so erkennt man insbesondere die Seitenbänder der HF-Oszillation bei  $\omega_P \pm \omega_L$ . Zur Erinnerung: Das sind die Harmonischenordnungen, die im Zeitfrequenzspektrum bzw. in Abb. 45 ein ähnliches zeitliches Verhalten gezeigt haben wie die verstärkte Harmonische bei  $2\omega_P$ . Mit Hilfe der vorangegangenen Betrachtung über die Anregung der Oszillation mit  $\omega_P$  lässt

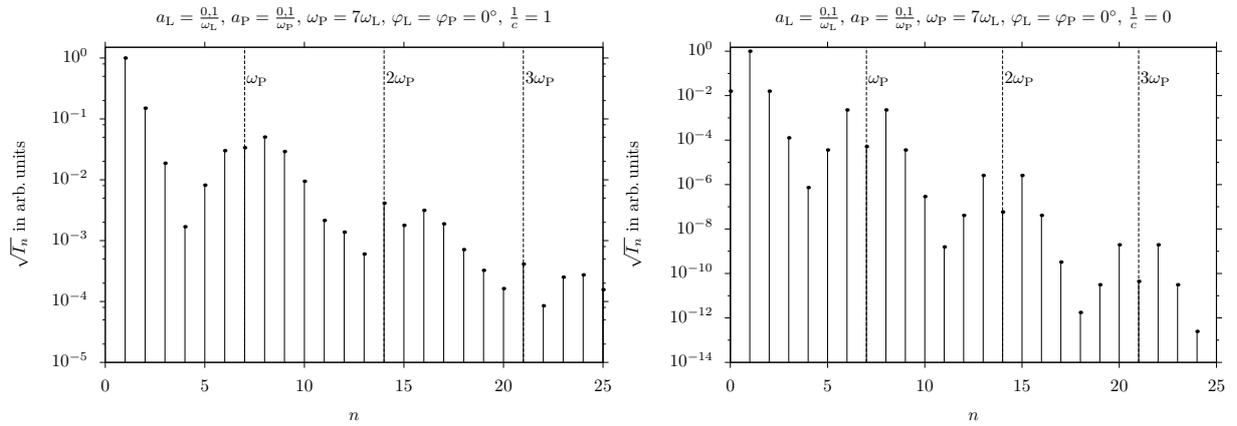


Abbildung 33: **Simulation der verstärkten Harmonischen mit dem ROM-Modell mit einer niederfrequenten Oszillation  $\omega_L$  (ROM) und einer hochfrequenten Oszillation bei  $\omega_P = 7\omega_L$  (XROM).**

**(links) mit Retardierung:** Das Harmonischenspektrum zeigt verstärkte Harmonische bei  $2\omega_P$  und  $2\omega_P + 2\omega_L$  und kann das experimentelle Resultat reproduzieren. Man beachte, dass es sich um eine logarithmische Skala handelt.

**(rechts) ohne Retardierung:** Das Harmonischenspektrum bei  $2\omega_P$  unterscheidet sich signifikant vom experimentellen Spektrum. Die Harmonischen bei  $2\omega_P$  und  $2\omega_P + 2\omega_L$  sind zum einen schwächer als die benachbarten Harmonischen. Zum anderen treten hier verstärkte Harmonische bei *ungeraden* Harmonischenordnungen auf, für die im Experiment nie eine Verstärkung gemessen werden konnte.

sich nun verstehen, warum diese Harmonischen zeitlich verzögert sind. Die Oszillation mit  $\omega_P$  muss infolge der Anregung von Brunel-Elektronen erst „anwachsen“. Da die Brunel-Elektronen ihre Energie während einer Laserperiode aufnehmen, ist die Oszillation mit  $\omega_P$  somit mindestens um einen Laserzyklus gegenüber dem Laserpuls verzögert. Die Harmonischen bei  $\omega_P \pm \omega_L$  entstehen somit – genau wie die verstärkten Harmonischen bei  $2\omega_P$  oder  $2\omega_P \pm \omega_L$  – durch die HF-Oszillation bei  $\omega_P$ . Aus diesem Grund werden die verstärkten Harmonischen bei  $2\omega_P$  und  $\omega_P \pm \omega_L$  verzögert emittiert.

Nach dieser Betrachtung kann man davon ausgehen, dass die Harmonischen bei  $\omega_P \pm \omega_L$  auch im Experiment verstärkt sind. Im Bereich um  $\omega_P$  können die experimentellen Daten und die PIC-Simulationen allerdings nur sehr schwer interpretiert werden, da CWE-Harmonische in diesem Bereich sehr effizient erzeugt werden. Insbesondere die CWE-Harmonische bei  $\omega_P$  macht die Beobachtung der verstärkten ROM-Harmonischen bei  $\omega_P \pm \omega_L$  nahezu unmöglich. Die Simulationen legen jedoch nahe, dass die verstärkten Harmonischen bei  $\omega_P \pm \omega_L$  durch die XROM-Oszillation entstehen. Hierbei ist zu berücksichtigen, dass diese Harmonischen nach dem ROM-Modell durch eine einfache Phasenmodulation erzeugt werden können und der Effekt der Retardierung für die Erklärung dieser Harmonischenordnungen *nicht* notwendigerweise erforderlich ist.

**Die Retardierung als Nichtlinearität:** Im Folgenden wird gezeigt, dass die Nichtlinearität, die von der Retardierung verursacht wird, mit mathematischen Methoden beschrieben werden kann, die aus der konventionellen Nichtlinearen Optik bekannt sind. In der konventionellen Nichtlinearen Optik führt das im Allgemeinen nichtlineare Verhalten von Medien zu einer nichtlinearen Polarisation  $P(E)$ , die in eine Potenzreihe entwickelt werden kann (s. Gl.1.1). Der erste, nichtlineare Term dieser Entwicklung ist proportional zu einer Suszeptibilität zweiter Ordnung  $\chi^{(2)}$ . Analog dazu kann die nichtlineare Feldantwort, die durch die Retardierung entsteht, in erster Näherung durch die Suszeptibilität  $\chi_{\text{ret}}^{(2)}$  und die nichtlineare Polarisation

$$P_{\text{ret}}^{(2)}(t) = \varepsilon_0 \int_0^\infty \int_0^\infty \chi_{\text{ret}}^{(2)}(\tau_1, \tau_2) E_{\text{PM}}(t - \tau_1) E_{\text{PM}}(t - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \quad (7.3)$$

beschrieben werden, wobei  $E_{\text{PM}}$  dem Feld entspricht, das im ROM-Modell infolge der einfachen Phasenmodulation erzeugt wird. Im Frequenzbereich ist die nichtlineare Polarisation durch

$$\tilde{P}^{(2)}(\omega) = \varepsilon_0 \tilde{\chi}_{\text{ret}}^{(2)}(\omega; \omega_1, \omega_2) \tilde{E}_{\text{PM}}(\omega_1) \tilde{E}_{\text{PM}}(\omega_2) \propto \tilde{E}_{\text{XROM}}(\omega) \quad (7.4)$$

gegeben und ist proportional zum emittierten Feld  $\tilde{E}_{\text{XROM}}(\omega)$ . Hierbei ist  $\tilde{\chi}_{\text{ret}}^{(2)}(\omega; \omega_1, \omega_2) = \int_0^\infty \int_0^\infty \chi^{(2)}(\tau_1, \tau_2) e^{i(\omega_1 \tau_1 + \omega_2 \tau_2)} d\tau_1 d\tau_2$  die nichtlineare Suszeptibilität zweiter Ordnung im Frequenzbereich und es gilt  $\omega = \omega_1 + \omega_2$ . Letzteres hat zur Folge, dass aus Feldern mit Frequenzen  $\omega_1$  bzw.  $\omega_2$  durch Summen-Frequenz-Erzeugung (*sum frequency generation*, Abk.: SFG) oder Frequenzverdopplung neue Felder mit höheren Frequenzen entstehen können.

Die verstärkten Harmonischen haben somit eine bemerkenswerte Interpretation, die in Abb. 34 durch ein elektronisches Schaltbild illustriert ist: Die verstärkte Harmonische bei  $2\omega_P$  wird durch SFG der Harmonischen  $\omega_P + \omega_L$  und  $\omega_P - \omega_L$  erzeugt, die ihrerseits durch die einfache Phasenmodulation entstanden sind. Die verstärkten Harmonischen bei  $2\omega_P + 2\omega_L$  bzw.  $2\omega_P - 2\omega_L$  werden hingegen durch SHG aus den Harmonischen  $\omega_P + \omega_L$  bzw.  $\omega_P - \omega_L$  erzeugt. Interessant an dieser Sichtweise ist, dass mit der Retardierung bzw. mit der Endlichkeit der Lichtgeschwindigkeit eine Eigenschaft unserer Raumzeit für diese Synthese der Harmonischenfrequenzen verantwortlich ist.

Man beachte, dass die im Experiment beobachteten, verstärkten Harmonischen bei  $2\omega_P$  und  $2\omega_P \pm 2\omega_L$  eine Auswirkung dieser neuartigen, relativistischen Nichtlinearität  $\tilde{\chi}_{\text{ret}}^{(2)}$  sind. Erstaunlich ist außerdem, dass es sich hierbei um einen relativ effizienten, nichtlinearen Prozess im XUV handelt. Im Experiment wurde die verstärkte Harmonische mit einer Effizienz von  $\eta_{2\omega_P} \simeq 3 \cdot 10^{-5}$  erzeugt.

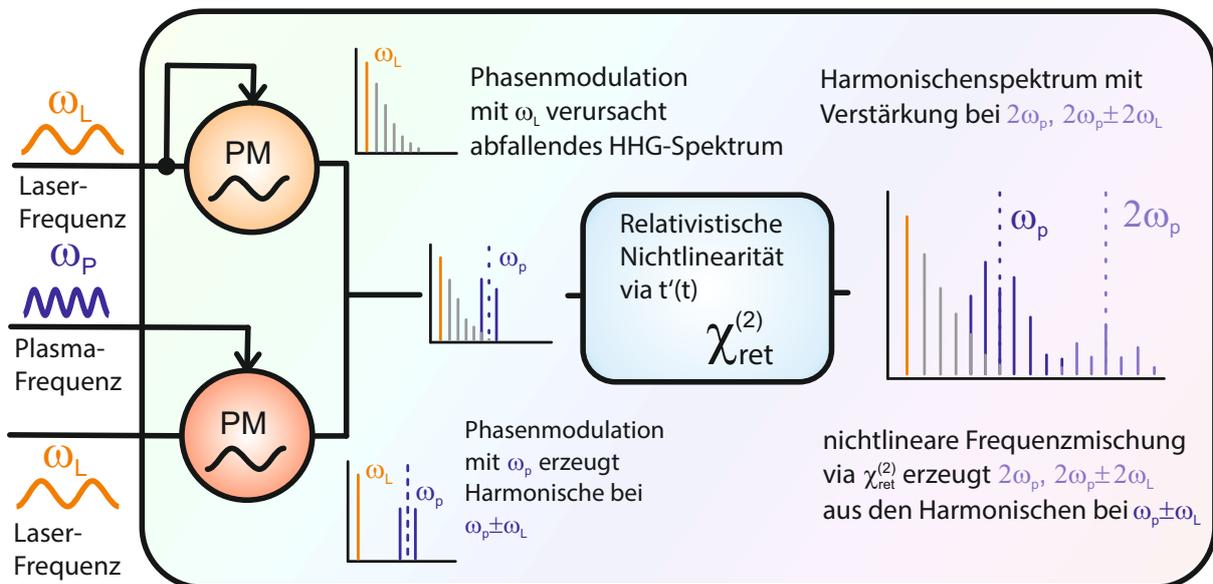


Abbildung 34: **Modell der relativistischen Harmonischensynthese:** Zuerst wird das Laserfeld sowohl mit  $\omega_L$  selbst als auch mit der Plasmafrequenz  $\omega_P$  bezüglich der Phase moduliert. Infolge der Phasenmodulation mit  $\omega_P$  werden insbesondere die Frequenzen  $\omega_P \pm \omega_L$  erzeugt. Der Effekt der Retardierung wirkt anschließend wie eine Nichtlinearität  $\tilde{\chi}_{ret}^{(2)}$ , welche die Erzeugung der verstärkten Harmonischen bei  $2\omega_P$  und  $2\omega_P \pm 2\omega_L$  durch SFG bzw. SHG der Frequenzen  $\omega_P \pm \omega_L$  erklären kann.

## 8 Ausblick

### 8.1 Anwendung breitbandiger XUV-Strahlung in der Untersuchung von Nanostrukturen mit der XUV-Kohärenztomografie

In den Experimenten, die in dieser Arbeit vorgestellt wurden, konnte breitbandige Harmonischenstrahlung erzeugt werden. In Kapitel 6 wurde außerdem gezeigt, wie man die Bandbreite der Harmonischen durch eine geeignete Wahl der Laser- und Plasmaparameter derart beeinflussen kann, dass eine XUV-Strahlungsquelle mit nahezu kontinuierlichem Spektrum zur Verfügung steht. Im Folgenden wird eine potentielle Anwendung breitbandiger Harmonischenstrahlung im Spektralbereich des XUV vorgestellt, die mit *S. Fuchs* und *G. Paulus* in den letzten Jahren entwickelt wurde [24, 25, 194].

Die sogenannte XUV-Kohärenztomografie (*XUV Coherence Tomography*, Abk.: XCT) ist eine interferometrische Methode, mit der sich in der Tiefe vergrabene Nanostrukturen zerstörungsfrei abbilden lassen. Dieses Verfahren ist eine Weiterentwicklung der Weißlichtinterferometrie bzw. der Optischen Kohärenztomografie (*Optical Coherence Tomogra-*

phy, Abk.: OCT) [195] im Spektralbereich des XUV bzw. SXR, bei der die Kohärenzlänge

$$l_c \simeq \lambda_0^2 / \Delta\lambda \quad (8.1)$$

die Tiefenaufösung bestimmt. Hierbei ist  $\lambda_0$  die Zentralwellenlänge der Strahlungsquelle und  $\Delta\lambda$  die Bandbreite der verwendeten Strahlung. Nach Gl. 8.1 benötigt man zum einen für eine möglichst kurze Kohärenzlänge bzw. eine hohe Tiefenaufösung eine große Bandbreite der verwendeten Strahlung. Bei der OCT verwendet man deshalb breitbandige, optische Strahlung, was dazu führt, dass OCT typischerweise eine Tiefenaufösung von 2 – 5  $\mu\text{m}$  besitzt [196]. Zum anderen ist auch eine Reduktion der Zentralwellenlänge vorteilhaft: Nutzt man breitbandige XUV- bzw. SXR-Strahlung, so ergibt sich nach Gl. 8.1 eine theoretische Tiefenaufösung von wenigen Nanometern. Die Verwendung von Strahlungsquellen mit derart kurzen Kohärenzlängen ist die Idee von XCT [194].

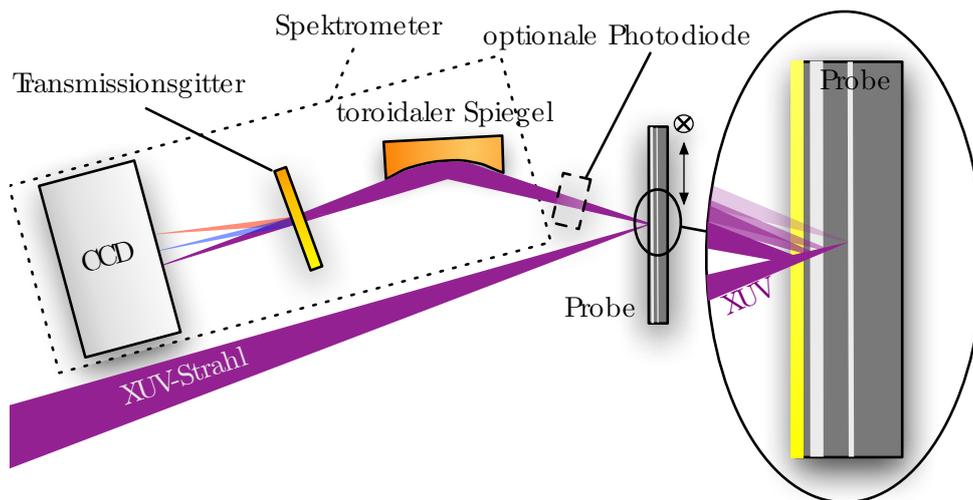


Abbildung 35: **Experimenteller Aufbau der XUV-Kohärenztomografie zur Untersuchung von Nanostrukturen [24]:** Die breitbandige XUV-Strahlung wird auf eine Probe eingestrahlt. Die von der Probe reflektierte bzw. gestreute Strahlung wird anschließend mit einem XUV-Spektrometer gemessen. Zur Verstärkung des Oberflächenreflexes wird eine hochreflektive Goldschicht aufgebracht. Die Modulationen des Spektrums sind charakteristisch für die Interferenz des Oberflächenreflexes mit den Teilstrahlen aus der Tiefe der Probe. Optional kann auch ein nicht spektral auösender Detektor wie zum Beispiel eine Photodiode verwendet werden. In diesem Fall muss die Wellenlänge der einfallenden Strahlung variiert werden (*Swept-Source OCT*) [25].

Eine Realisierung von XCT ist allerdings alles andere als trivial: Sowohl die technische Komplexität von interferometrischen Methoden im XUV- bzw. SXR als auch die hohe Absorption von Medien in diesem Spektralbereich stellen große Herausforderungen dar. Beide Probleme können jedoch gelöst werden:

1. Zum einen besitzen Silizium und biologische Proben Transmissionsfenster im XUV

bzw. SXR (Si: 30 – 99 eV, biologische Proben: 280 – 530 eV). Demzufolge eignen sich Proben, die überwiegend aus diesen Materialien bestehen, für XCT [24].

2. Zum anderen wurde ein einfaches Messprinzip vorgeschlagen, mit dem sich XCT durch eine Messung der spektralen Interferenz vereinfachen lässt [24] (s. Abb. 35). Das Licht, das von der in der Tiefe vergrabenen Struktur reflektiert bzw. gestreut wird, interferiert dabei mit dem Reflex der Oberfläche. Die Tiefenstruktur kann rekonstruiert werden, indem die Modulation des reflektierten Spektrums  $I_F(k)$  mit Hilfe einer Fourier-Transformation ausgewertet wird (s. Abb. 49 im Anhang).

Es wurde ein Aufbau entwickelt, der das vereinfachte Messprinzip nutzt und der zur Vermessung von Nanostrukturen verwenden kann. Die tomographische Messung einer auf Silizium basierten Nanostruktur wurde am DESY in Hamburg mit einer Synchrotron-Strahlungsquelle demonstriert (s. Abb. 36). Am Synchrotron BESSY in Berlin wurde in einem weiteren Experiment eine XCT-Messung im Wasserfenster durchgeführt. Die Tiefenstruktur der Probe konnte dabei mit einer Auflösung von 3 nm rekonstruiert werden. Bemerkenswert bei beiden Demonstrationsexperimenten ist, dass bereits die theoretische Auflösung von XCT nach Gl. 8.1 erreicht wurde [25].

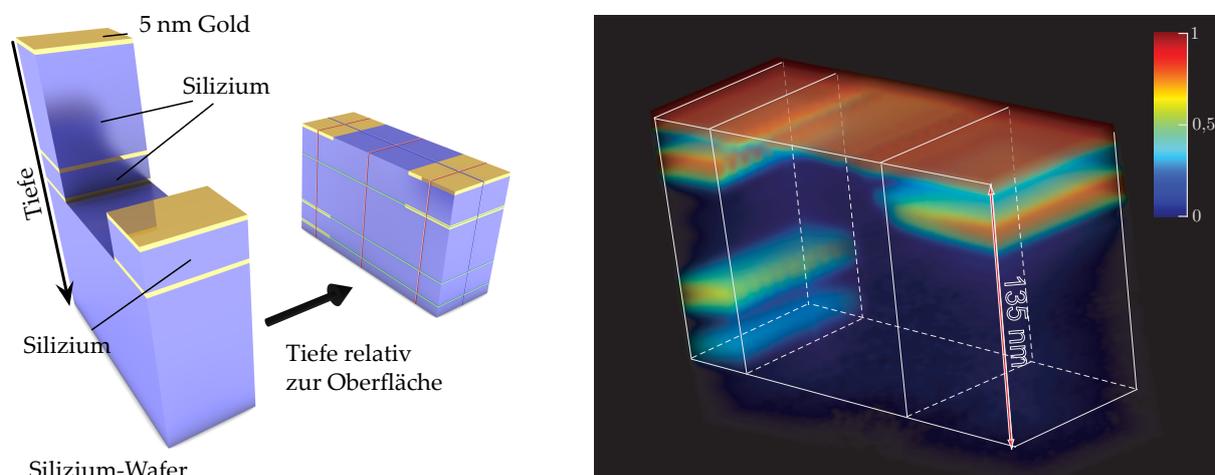


Abbildung 36: **XUV-Kohärenztomografie eines nanostrukturierten Schichtsystems:**  
**links:** Die Nanostruktur besteht vor allem aus Silizium, bei der in unterschiedlichen Teilen der Probe zudem Goldschichten vergraben sind. Die XCT ist eine Methode, bei der die Struktur in der Tiefe gegenüber der Oberfläche bestimmt wird.  
**rechts:** Hier ist das Tomogramm der Nanostruktur dargestellt, das mit XCT im Silizium-Fenster gemessen wurde. Die Goldschichten können mit einer Tiefenaufösung von 14 nm bestimmt werden [25].

## 8.2 Messung der Attosekundenpulsdauer durch nichtlineare XUV-Ionisation

Bei den in dieser Doktorarbeit vorgestellten Experimenten wird ausschließlich das Spektrum der ROM-Harmonischen untersucht. Zwar gibt es experimentelle Hinweise – zum Beispiel durch die in Kapitel 6 diskutierte Feinstruktur, dass die ROM-Harmonischen aus intensiven Attosekundenpulsen bestehen. Ein direkter experimenteller Nachweis der Attosekundenpulsstruktur der ROM-Harmonischen ist allerdings noch nicht gelungen.

Simulationen für die im Experiment vorhandenen Laser- und Plasmaparameter haben gezeigt, dass die ROM-Harmonischen im Zeitbereich aus intensiven Attosekundenpulsen mit einer Dauer von etwa 150 as bestehen (s. Abb. 21). Derart intensive Attosekundenpulse mit Spitzenleistungen in der Größenordnungen von GW könnten für eine Vielzahl von Experimenten in der Attosekundenphysik interessant sein. Neue Möglichkeiten würden sich zum Beispiel für Experimente zur Untersuchung extrem schneller Prozesse eröffnen, die man mit den intensiven Attosekundenpulsen anregen als auch abfragen könnte [22]. Bevor die ROM-Harmonischen allerdings als Attosekundenpulsquelle für komplexe Experimente in Frage kommen, müsste zuerst die Zeitstruktur der erzeugten Strahlung experimentell charakterisiert werden.

Mit *M. Wünsche* wurde zu diesem Zweck eine Apparatur entwickelt, mit der man die Zeitstruktur der ROM-Harmonischen in Zukunft untersuchen kann [23]. Diese Apparatur ist in Abb. 37 dargestellt und soll zur Messung der Attosekundenzeitstruktur eine nichtlineare Autokorrelation nutzen [45, 197].<sup>57</sup> Die ROM-Harmonischen werden dazu zunächst mit einer Aluminiumfolie spektral gefiltert (20 – 73 eV) und in eine separate Vakuumkammer geführt. Anschließend werden sie mit einem sphärischen Spiegel fokussiert, der für die breitbandige XUV-Strahlung hochreflektiv ist ( $R_{\text{SiSc}} \approx 10\%$ ). Da der Spiegel aus zwei Hälften besteht, wird der Attosekundenpulszug in zwei Replika aufgeteilt. Durch einen Versatz der Spiegelhälften mit nanometerpräzisen Piezo-Verstellern können die Pulsreplika gegeneinander verzögert werden. Im Fokus werden die Pulsreplika überlagert und können mit sich selbst abgetastet werden, sodass eine Autokorrelation des Pulszugs

$$G(\tau_A) = \langle E^*(t) \cdot E(t - \tau_A) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T E^*(t) \cdot E(t - \tau_A) dt \quad (8.2)$$

ermöglicht wird.<sup>58</sup>

Zur Messung der Attosekundenpulsdauer muss allerdings eine *nichtlineare* Autokorre-

<sup>57</sup>Ein ähnlicher Aufbau wurde von *Y. Nomura, R. Hörlein et al.* bereits zur zeitlichen Charakterisierung der CWE-Harmonischen eingesetzt [156, 157].

<sup>58</sup>Im Fokus kommt es zu einer relativ komplizierten Intensitätsverteilung. Details zu dieser Autokorrelationsmethode sind beispielsweise in Ref. [198] dargestellt.

lution verwendet werden.<sup>59</sup> Als nichtlineares Medium soll in der Apparatur deshalb die Zwei-Photonen-Doppelionisation von Helium [199, 200] dienen.  $\text{He}^{1+}$  besitzt hierbei eine Ionisationsenergie von 54,4 eV, d. h. es wird die Absorption von zwei Photonen  $\sim \sigma_2 I^2$  benötigt. In der Apparatur sollen die nichtlinear ionisierten  $\text{He}^{2+}$ -Ionen mit einem Flugzeitspektrometer gemessen werden.

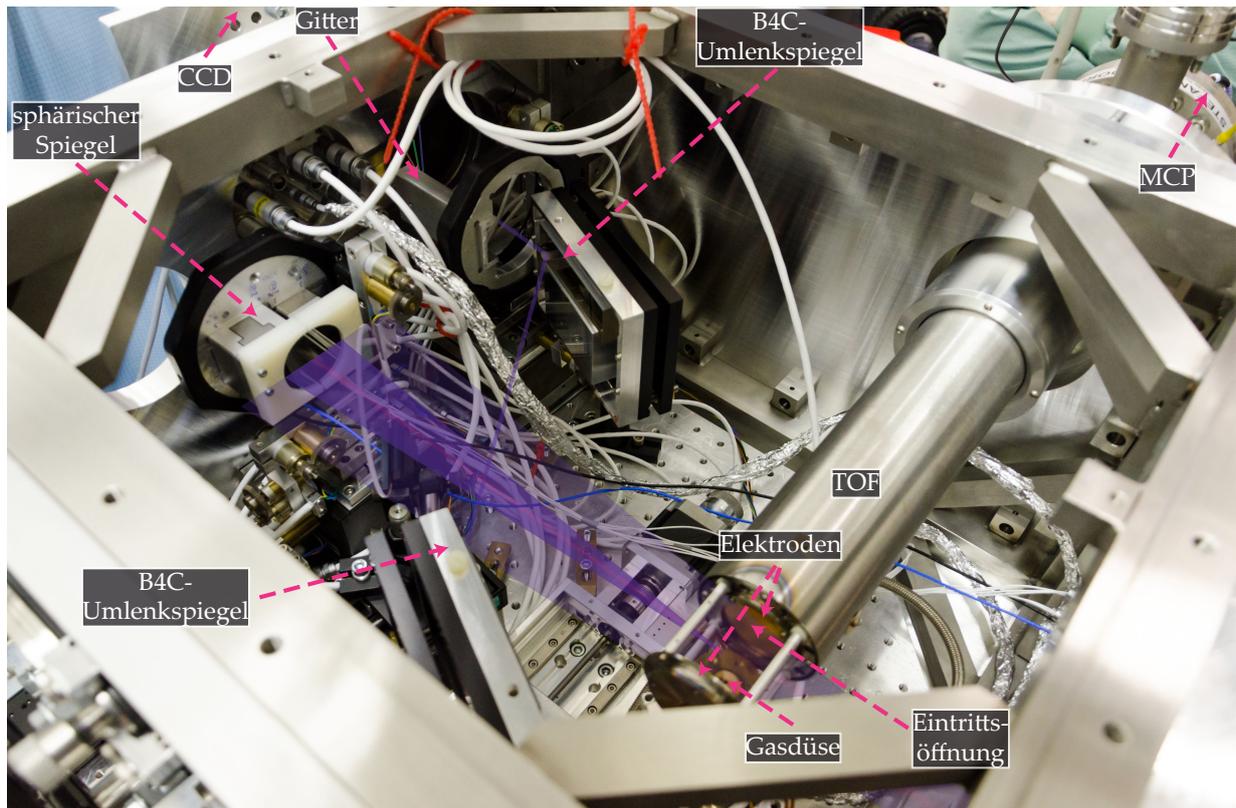


Abbildung 37: **Apparatur zur Vermessung der Attosekundenzeitstruktur der ROM-Harmonischen:** Die ROM-Harmonischen werden in eine eigens für die zeitliche Charakterisierung vorgesehene Vakuumkanter geleitet. Die gefilterte Harmonischenstrahlung wird zunächst in diese Kammer geführt (im Bild unten rechts). Mit einem sphärischen Spiegel (im Bild links) wird die Harmonischenstrahlung anschließend fokussiert. Dieser Spiegel ist in zwei Hälften geteilt, sodass der Attosekundenpulszug im Fokus mit sich selbst abgetastet werden kann. Im Fokus ionisieren die intensiven XUV-Pulse das eingelassene Heliumgas. Die Ionen werden anschließend mit einem Flugzeitspektrometer (TOF) gemessen. Zur spektralen Diagnostik der ROM-Harmonischen werden die Randstrahlen durch hochreflektive Spiegel aus Borcarbid in ein XUV-Spektrometer gelenkt.

<sup>59</sup>Nach dem Wiener-Chintchin-Theorem ist  $G(\tau_A) = \text{FT}(I(\omega))$ , d. h. eine Autokorrelationsmessung ist gleichbedeutend mit einer Messung des Intensitätsspektrums und somit nicht für eine Bestimmung der Pulsdauer geeignet.

## 9 Zusammenfassung

In dieser Doktorarbeit werden Experimente und Simulationen vorgestellt, bei denen Harmonischenstrahlung durch die Wechselwirkung von intensiven Laserpulsen mit relativistisch oszillierenden Plasmaoberflächen entsteht (ROM-Mechanismus). Laser-Plasma-Simulationen dienen der physikalischen Interpretation der experimentellen Resultate. Diese Simulationen sagen eine hohe Effizienz der ROM-Harmonischen vorher, weshalb sie seit etwa 15 Jahren als Attosekundenquelle der nächsten Generation gelten [1, 2, 3]. Das Ziel dieser Doktorarbeit ist es, diese Einschätzung experimentell zu überprüfen, indem die Effizienz der ROM-Harmonischen mit Hilfe von kalibrierter XUV-Diagnostik [4] gemessen wird. Der erste Schritt, der dazu verfolgt wurde, ist die Erzeugung von ROM-Harmonischen mit den Terawatt-Lasersystemen JETI und ARCTURUS, die an der Universität Jena bzw. der Universität Düsseldorf zur Verfügung stehen.

Nach den Erfahrungen vorangegangener Arbeiten muss der Pulscontrast zur Erzeugung von Oberflächenharmonischen sehr hoch sein und reicht selbst bei modernen Terawatt-Lasersystemen nicht zur Erzeugung von ROM-Harmonischen aus [6, 134]. Aus diesem Grund wurde an beiden Lasersystemen ein Plasmaspiegelaufbau installiert, mit dem man den Pulscontrast je nach Bedarf um zwei oder drei Größenordnungen erhöhen kann [7]. Das stärkste Signal der ROM-Harmonischen wurde jedoch überraschenderweise nicht mit dem hohen Pulscontrast, sondern mit dem mittleren Pulscontrast gemessen. Selbst ohne Contrastverbesserung konnte ein starkes ROM-Harmonischensignal – wenn auch sehr instabil – detektiert werden [7, 8].

Simulationen zufolge führt der mittlere Pulscontrast zu einer für den ROM-Prozess optimalen Plasmaskalenlänge  $L_P^{\text{ROM}} \simeq \lambda/5$ . Die experimentellen Resultate werden somit bestätigt. Die Reduktion der Effizienz für sehr kurze Plasmaskalenlängen kann durch zwei Effekte erklärt werden: Zum einen wird die Feldstärke an der Plasmaoberfläche für sehr steile Plasmadichtegradienten verringert. Zum anderen wird eine starke Oszillation der Elektronen an der Plasmaoberfläche durch starke elektrostatische Kräfte bei kurzen Plasmaskalenlängen verhindert. Die Verwendung einer mittleren Plasmaskalenlänge zur effizienten Erzeugung der ROM-Harmonischen stellt insofern einen Paradigmenwechsel in diesem Forschungsfeld dar, da man in den bisherigen Experimenten den höchstmöglichen Pulscontrast bzw. die kürzestmöglichen Plasmaskalenlängen verwenden musste, um überhaupt ROM-Harmonische detektieren zu können [134, 9, 6].

Bei der für die ROM-Effizienz optimalen Plasmaskalenlänge wurde außerdem eine signifikante Modulation bzw. eine Verbreiterung der Harmonischenlinien beobachtet, die für die meisten Anwendungen der ROM-Harmonischen nicht vorteilhaft ist. Mit Hilfe von Laser-Plasma-Simulationen konnten diese Modulationen der Harmonischenlinien für die im Experiment erzielten Laser- und Plasmaparameter reproduziert werden. Diese Simulationen

zeigen, dass der erzeugte Attosekundenpulszug einen variierenden Pulsabstand bzw. einen positiven Chirp besitzt [10]. Dieser Chirp ist charakteristisch für ROM-Harmonische und kann durch eine zeitliche Eindellung der Plasmaoberfläche infolge des Strahlungsdrucks erklärt werden. Es konnte experimentell und in Simulationen gezeigt werden, dass die Bandbreite der ROM-Harmonischen minimiert werden kann, wenn der Chirp der Harmonischen durch einen Chirp der treibenden Laserpulse kompensiert wird [11].

Für die optimale Plasmaskalenlänge wurde eine Effizienz der ROM-Harmonischen von  $10^{-4}$  bei 40 nm bis  $10^{-6}$  bei 20 nm pro Harmonischenordnung gemessen [12] und bleibt damit weit hinter den Erwartungen zurück, die durch 1D-PIC-Simulationen bzw. durch die Theorie geschürt wurden. Mit einer Pulsenergie von einigen  $\mu\text{J}$  pro Harmonischer sind die Oberflächenharmonischen zwar bereits für Anwendungen wie *Coherent Diffraction Imaging* [16] oder *Seeding von Freie-Elektronen-Lasern* geeignet [14, 15]. Allerdings ist die Effizienz von  $10^{-4}$  bei 40 nm vergleichbar mit der von Gasharmonischen [17, 18], die technologisch weitaus weniger anspruchsvoll sind. Mit den derzeitigen Ergebnissen werden die hohen Erwartungen, die man an die ROM-Harmonischen als effiziente Attosekundenpuls-Quelle geknüpft hat [3], bisher nicht erfüllt.

Der Ursache der geringen Effizienz der ROM-Harmonischen wurde mit Hilfe von 2D-PIC-Simulationen nachgegangen. Diese zeigen, dass neben dem ROM-Prozess an der Plasmaoberfläche auch Oberflächenwellen angeregt werden können, die zu einer reduzierten Emission der ROM-Harmonischen in Reflexionsrichtung führen [19]. Die Instabilität, die zur Ausprägung dieser Oberflächenwellen führt, könnte deshalb für die niedrige Effizienz der ROM-Harmonischen in den Experimenten verantwortlich sein. Die Simulationen legen nahe, in Zukunft kürzere Laserpulse mit einer Dauer von wenigen Zyklen zu verwenden, da sich die Oberflächenwelle während dieser Zeitspanne nicht entwickeln kann.

Eine Voraussetzung für die meisten potentiellen Anwendungen der ROM-Harmonischen ist die Erzeugung mit einer hohen Repetitionsrate. Unter Verwendung schnell rotierender Oberflächen und frequenzverdoppelter Pulse konnten Oberflächenharmonische mit der Repetitionsrate des JETI-Lasers von 10 Hz erzeugt werden [20]. Durch den Prozess der Frequenzverdopplung wird der Pulscontrast um Größenordnungen verbessert, sodass bei diesen Experimenten extrem kurze Plasmaskalenlängen erreicht werden konnten. Überraschenderweise wurde dabei ein Effekt entdeckt, der in der Theorie bisher nicht bekannt war: Das Harmonischenspektrum zeigt eine signifikante *Verstärkung einzelner Harmonischenordnungen* bei der doppelten Plasmafrequenz  $2\omega_P$  oder bei  $2\omega_P \pm 2\omega_L$ . Es konnte außerdem gezeigt werden, dass sich durch die Wahl der Dichte des Oberflächenmaterials die Verstärkung der Harmonischen in gewissen Bereichen im XUV durchstimmen lässt. Die Effizienz dieser verstärkten Harmonischen ist vergleichbar mit derjenigen, die bei optimierter Plasmaskalenlänge gemessen wurde.

Laser-Plasma-Simulationen bestätigen die experimentellen Resultate und enthüllen die

---

Ursache der Verstärkung: Die Plasmaoberfläche wird neben der Laserfrequenz  $\omega_L$  zu einer starken Oszillationsbewegung mit der Plasmafrequenz  $\omega_P$  der Plasmaoberfläche angeregt. Die verstärkten Harmonischen werden infolge einer ROM-artigen Bewegung der Plasmaoberfläche mit  $\omega_P$  verursacht. Ein einfaches, intuitives Modell, das auf dem ROM-Modell basiert, kann die verstärkten Harmonischen infolge einer Frequenzmischung erklären. Der entscheidende Beitrag zur Nichtlinearität wird dabei durch den relativistischen Effekt der Retardierung geleistet. Diese relativistische Frequenzsynthese an Plasmaoberflächen stellt ein neues Regime der nichtlinearen Optik im XUV dar [21].

Am Ende der Doktorarbeit werden zwei ausgewählte Anwendungen der ROM-Harmonischen in Form eines Ausblicks diskutiert: Mit intensiven Attosekundenpulsen durch den ROM-Prozess sind neuartige Experimente mit Attosekundenzeitauflösung möglich [22], bei denen man das zu untersuchende atomare oder molekulare System sowohl mit einem Attosekundenpuls anregt als auch untersucht. Bevor solche Experimente allerdings geplant und durchgeführt werden können, ist die Kenntnis der Attosekundenzeitstruktur der ROM-Harmonischen erforderlich. Zur Messung der Pulsdauer der ROM-Harmonischen wurde eine Apparatur konstruiert [23], mit der eine nichtlineare Autokorrelation des Pulszugs [157] durchgeführt werden kann.

Die zweite potentielle Anwendung der ROM-Harmonischen ist ein dreidimensionales Bildgebungsverfahren, welches während der Doktorarbeit mitentwickelt wurde und eine Tiefenauflösung von wenigen Nanometern besitzt [24, 25]. Diese Methode ist eine Weiterentwicklung der Optischen Kohärenztomografie und nutzt breitbandige XUV-Strahlung. ROM-Harmonische mit einem nahezu kontinuierlichen Spektrum könnten eine geeignete Strahlungsquelle für diese Anwendung sein, die technologisch und industriell relevant ist.

---

## Danksagung

Für das Gelingen dieser Doktorarbeit möchte ich allen beteiligten Kollegen und Mitarbeitern des Instituts für Optik und Quantenelektronik und des Helmholtz-Instituts Jena danken. Folgenden Personen möchte ich besonderen Dank aussprechen:

- Prof. Gerhard G. Paulus für jede denkbare Unterstützung und die Möglichkeit, mit so vielen Freiheiten ausgestattet, promovieren zu können
- Prof. Jörg Schreiber und Prof. Michael Geissler für die Begutachtung der Dissertation
- der Carl-Zeiss-Stiftung und der Deutschen Forschungsgemeinschaft (SFB TR18) für die finanzielle Unterstützung der Doktorarbeit
- Stephan Kuschel, Athena E. Paz, Jana Bierbach, Arpa Galestian, Silvio Fuchs, Alexander Blinne, Martin Wünsche und Erich Eckner, deren Betreuung mir große Freude gemacht hat
- Silvio Fuchs, Alexander Blinne, Vinzenz Hilbert und Ulf Zastrau, ohne deren Begeisterungsfähigkeit das XCT-Projekt niemals den heutigen Stand erreicht hätte
- meinen Kollegen Tim Rathje, Peter Hansinger, Max Möller, Max Sayler und Martin Heyer aus der AG Nichtlineare Optik
- meinen Kollegen von der Universität Düsseldorf, deren Unterstützung bei den Experimenten und Simulationen unabdingbar war: Besonderer Dank für die Unterstützung bei den Experimenten gilt Michael Behmke, Thomas Hahn, Dirk Hemmers, Mirela Cerchez, Toma Toncian sowie Prof. Georg Pretzler und Prof. Oswald Willi. Für die Unterstützung mit exzellenten Simulationen und physikalischen Interpretationen möchte ich außerdem Daniel an der Brügge und Prof. Alexander Pukhov danken.
- meinen Belfaster Kollegen Mark Yeung, Brendan Dromey und Prof. Matthew Zepf für die Unterstützung bei den Experimenten und den zahlreichen und fruchtbaren Diskussionen
- Wolfgang Ziegler, Burgard Beleites, Falk Ronneberger und den technischen Mitarbeitern des IOQ, deren Geschick des Öfteren für ein Gelingen der Experimente notwendig war
- Ulf Zastrau, Vinzenz Hilbert, Ingo Uschmann, Prof. Eckhart Förster und den Kollegen von der AG Röntgenoptik für die Hilfe bei Fragen zur XUV-Spektroskopie und XUV-Interferometrie

- Bastian Aurand und Prof. Thomas Kühl von der Gesellschaft für Schwerionenforschung in Darmstadt für ihre Begeisterungsfähigkeit und Hilfe bei den Experimenten zur Ionenbeschleunigung
- Oliver Jäckel, Alexander Sävert, Michael Schnell, Prof. Malte Kaluza und den Kollegen der AG Relativistische Laserphysik
- Günter Weber, Prof. Thomas Stöhlker und den Kollegen vom Helmholtz Institut Jena
- meinen Freunden, meiner Familie und allen Nichtgenannten, die mich während der Promotion hilfreich unterstützt haben

## 10 Appendix

### 10.1 Kalibrierung des XUV-Spektrometers an einer Synchrotronstrahlungsquelle

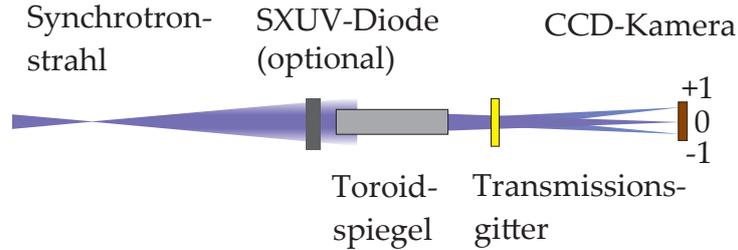


Abbildung 38: **Schematische Darstellung des Aufbaus zur Kalibrierung des XUV-Spektrometers:** Der XUV-Strahl des Synchrotrons wird fokussiert und mit einem Toroidspiegel auf eine CCD-Kamera abgebildet. Ein Transmissionsgitter mit 1000 Linien pro mm wirkt als dispersives Element.

Der Photonenfluss wurde mit der Photodiode SXUV300 (International Radiation Detectors, IRD Inc., USA) vermessen, deren Sensitivität am NIST [202] kalibriert wurde. Die SXUV-Photodiode ist mit einer PtSi-Schicht versehen, sodass sie weniger anfällig für Strahlenschäden ist. Ein Nachteil der Schutzschicht sind die statistischen Fluktuationen bei der Herstellung, die die Genauigkeit der Dioden für die Kalibrierung auf 20% begrenzen [202].

Eine Angabe der Effizienz mit dieser Genauigkeit reicht allerdings für die Bestimmung der ROM-Effizienz aus. Man beachte, dass die relative Genauigkeit der Messung, d.h. die Angabe des Frequenzgangs des Spektrometers, wesentlich höher ist. Diese ist lediglich durch die Messung des Photodiodenstroms begrenzt, welcher mit einer Genauigkeit von 0,5% gemessen werden kann. Die Empfindlichkeit der XUV-Photodiode

$$R = \frac{I_{\text{diode}}}{P_{\text{radiation}}} = \frac{qN_{\text{el}}/t}{\hbar\omega N_{\text{ph}}/t} = \frac{q}{\hbar\omega} \kappa_{\text{SXUV}} \quad (10.1)$$

ist das Verhältnis aus Diodenstrom  $I_{\text{diode}}$  und der Leistung der einfallenden Strahlung  $P_{\text{radiation}}$ . Sie kann durch die absolute Sensitivität  $\kappa_{\text{SXUV}}$  angegeben werden. Hierbei ist  $q$  die Elementarladung,  $N_{\text{el}}$  ist die Anzahl der herausgelösten Elektronen,  $N_{\text{ph}}$  die Anzahl der Photonen mit einer Photonenenergie  $\hbar\omega$  bei einer Belichtungszeit  $t$ . Der absolute Photonenfluss  $\Phi$  kann somit errechnet werden:

$$\Phi_{\text{meas}} = \frac{N_{\text{ph}}}{t} = \frac{I_{\text{diode}}}{R\hbar\omega} = \frac{I_{\text{diode}}}{qRE_{\text{ph}}(\text{eV})}. \quad (10.2)$$

Die Photodiode konnte zur Kalibrationsmessung in den XUV-Strahl gefahren werden, so dass anschließend der Photonenfluss bestimmt werden konnte. Details zu dieser Messung sind in Ref. [4] beschrieben.

## 10.2 Ergänzende Abbildungen

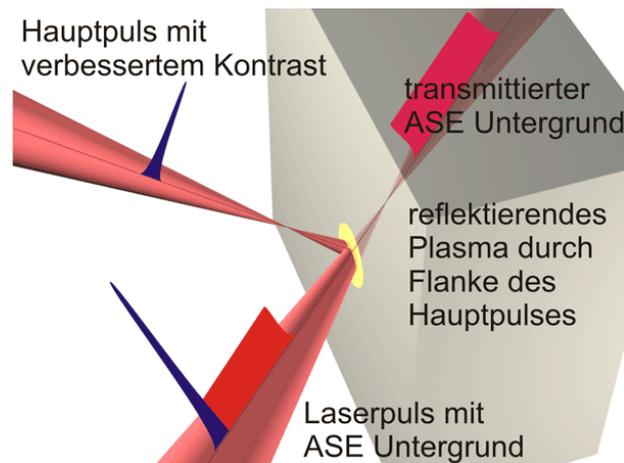


Abbildung 39: **Prinzip des Plasmaspiegels zur Kontrastverbesserung (adaptiert aus Ref. [7]):** Der Laserpuls wird auf eine entspiegelte Glasoberfläche (Plasmaspiegel) fokussiert, so dass die störende Vorpulsintensität transmittiert wird. Im nächsten Schritt steigt die Intensität des Hauptpulses über die Zerstörschwelle und zündet ein reflektierendes Plasma. Der Hauptpuls wird somit - mit nahezu vollständig reduzierter Vorpulsintensität - vom Plasma reflektiert.

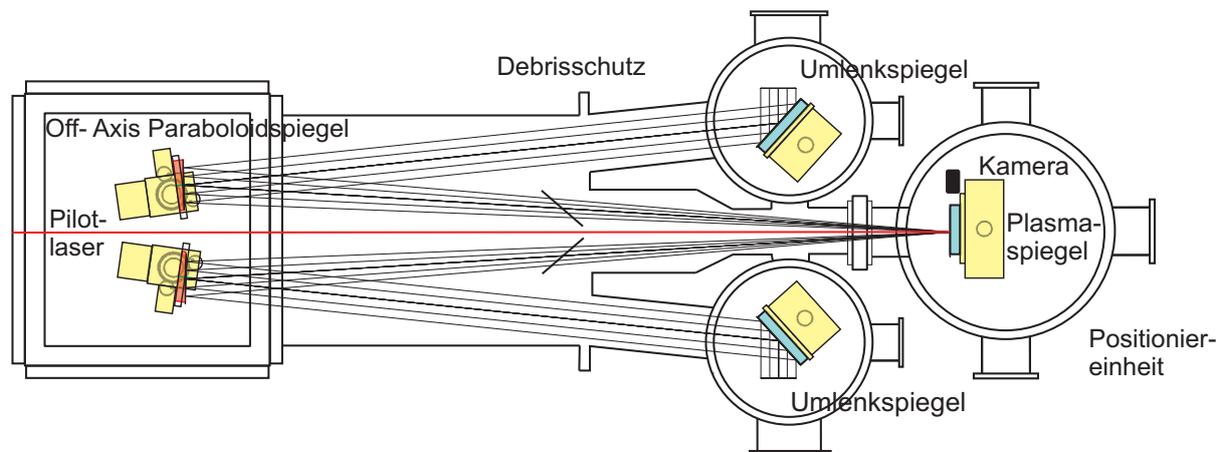


Abbildung 40: **Skizze des Plasmaspiegelaufbaus zur Kontrastverbesserung am JETI-Lasersystem [92]:** Der Laserpuls wird mit herausfahrbaren Umlenkspiegeln auf Parabolspiegel gelenkt und auf eine optische Oberfläche fokussiert. Zwei dünne Quarzglaswafer im Brewster-Winkel schützen die Parabolspiegel vor ablatiertem Material (Debris). Der reflektierte Puls wird mit einem weiteren Parabolspiegel kollimiert und zum Experiment gelenkt. Eine Kamera kann in die Ebene der Plasmaspiegeloberfläche positioniert werden, sodass sich die Intensitätsverteilung auf der Oberfläche bestimmen lässt. Mit einem Pilotlaser wird die Verkippung der Plasmaspiegeloberfläche angezeigt, sodass sie gegebenenfalls korrigiert werden kann.

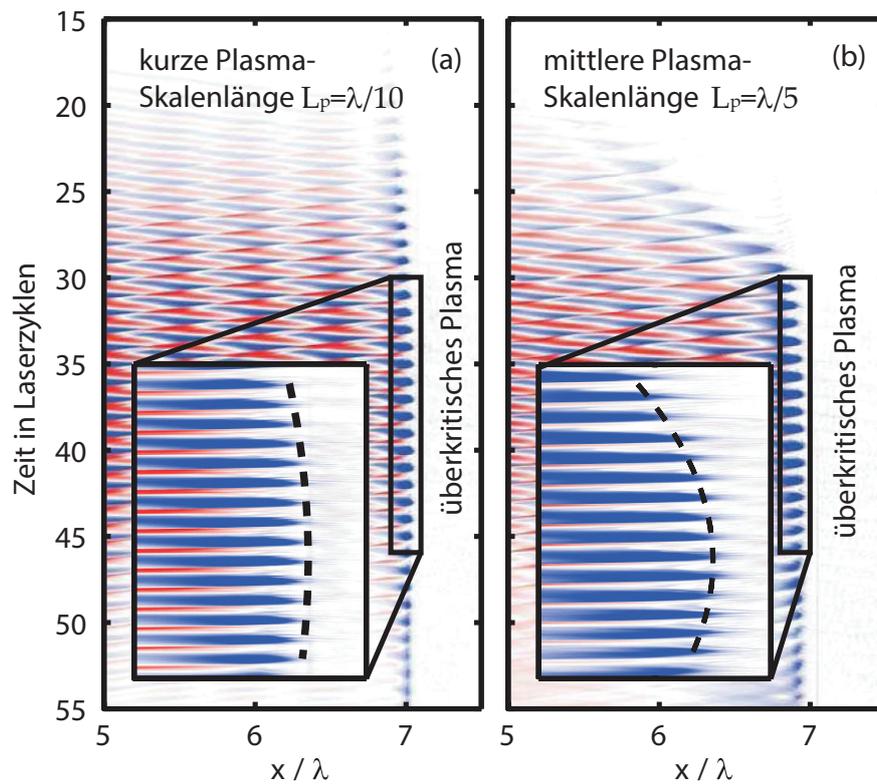


Abbildung 41: **Dynamik der Vakuum-Plasma-Grenzfläche während der Lasereinstrahlung:** Die Falschfarbendarstellung zeigt die transversale, magnetische Feldkomponente  $B_z$  der Laserstrahlung, die an der Plasmaoberfläche bei  $x = 7\lambda$  reflektiert wird. In der Vergrößerung erkennt man, dass der Ort der Reflexion während der Wechselwirkung eine parabelförmige Bewegung beschreibt [10].

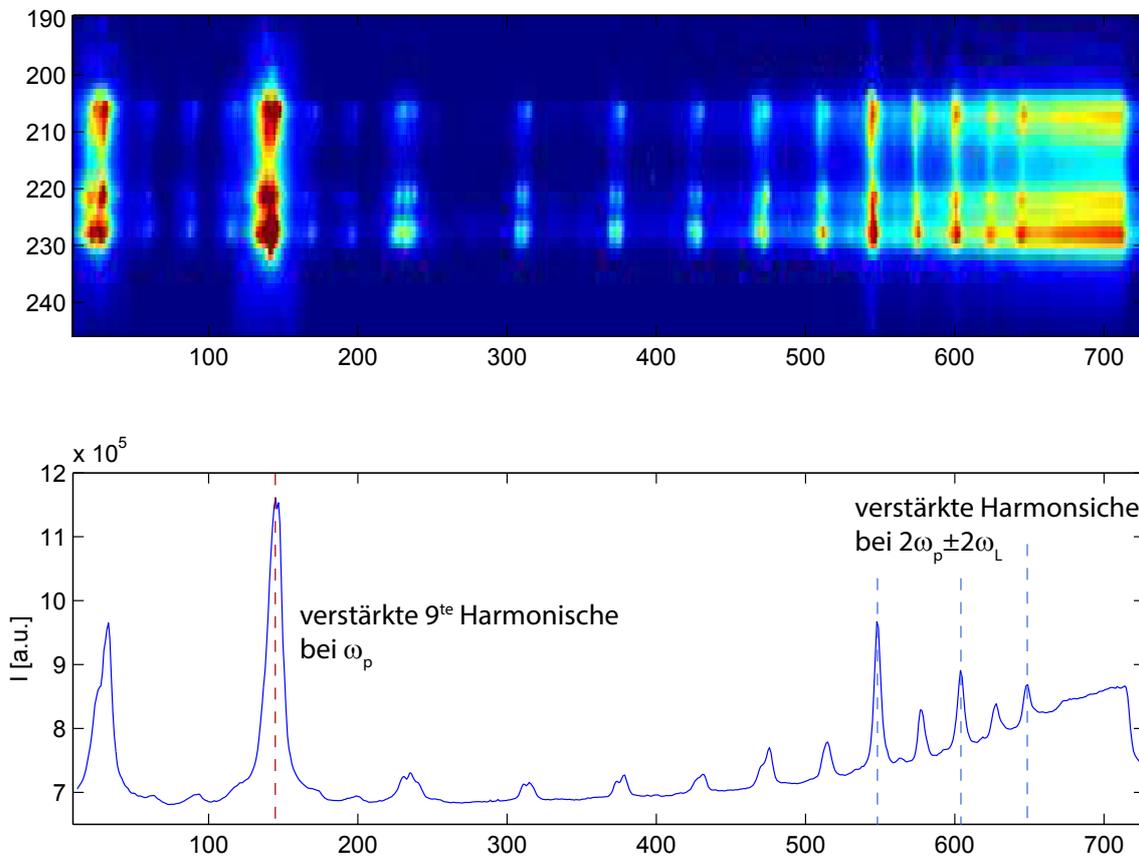


Abbildung 42: **Typisches Harmonischenspektrum mit verstärkten Harmonischen bei  $2\omega_P \pm 2\omega_L$** : Ein typisches Harmonischenspektrum bei Verwendung von SHG-Pulsen und Glasoberflächen zeigt eine verstärkte Emission von Harmonischen bei  $2\omega_P \pm 2\omega_L$ . Das Harmonischenspektrum  $\leq \omega_P$  wird vor allem durch die Emission von CWE-Harmonischen dominiert, welche auch bei nichtrelativistischen Intensitäten beobachtet werden können.

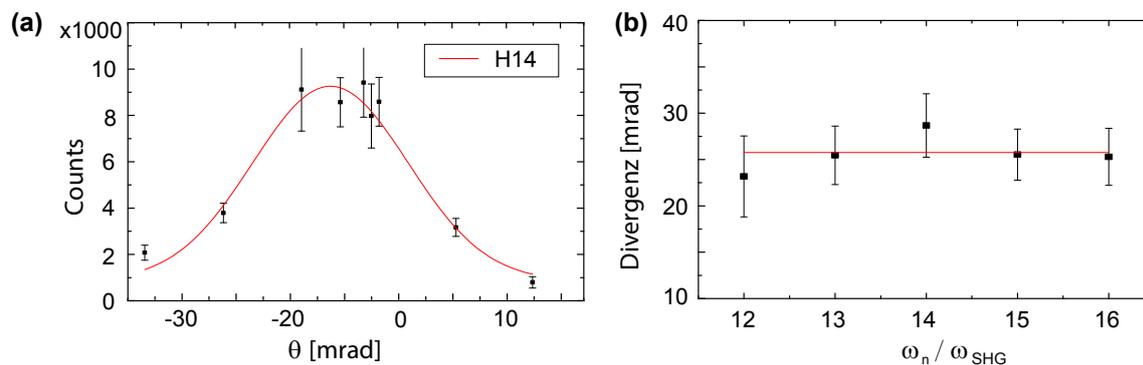


Abbildung 43: **Messung der Divergenz der verstärkten Harmonischen:** a) Die Divergenz wurde bestimmt, indem der Harmonischenstrahl punktwise mit dem abbildenden XUV-Spektrometer gemessen wurde [20]. Ein Fit einer Gauß-Funktion ergibt eine Divergenz ( $1/e^2$ ) von 26 mrad. b) Es zeigt sich, dass die Divergenz der verstärkten Harmonischen (14te Harmonische) vergleichbar zur Divergenz der benachbarten Harmonischen ist.

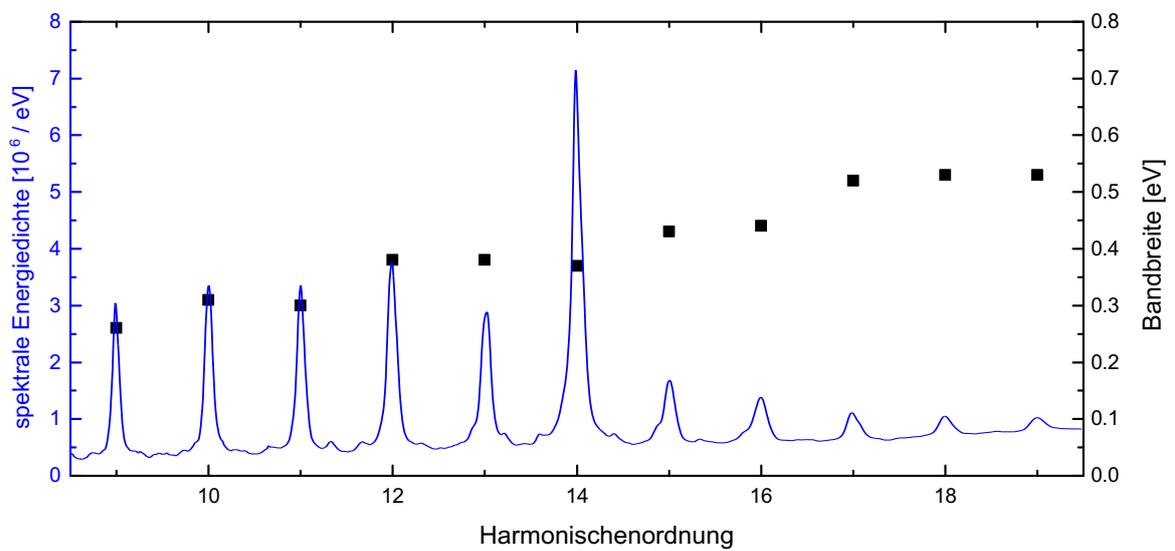


Abbildung 44: **Messung der Bandbreite der verstärkten Harmonischen für ein typisches Harmonischenspektrum mit Plastiktargets  $\omega_P = 7\omega_L$ :** Das Harmonischen-Spektrum zeigt eine Verstärkung der 14ten Harmonischen im Vergleich zu den benachbarten Harmonischen. Die Bandbreite der verstärkten Harmonischen entspricht derjenigen der benachbarten Harmonischen.

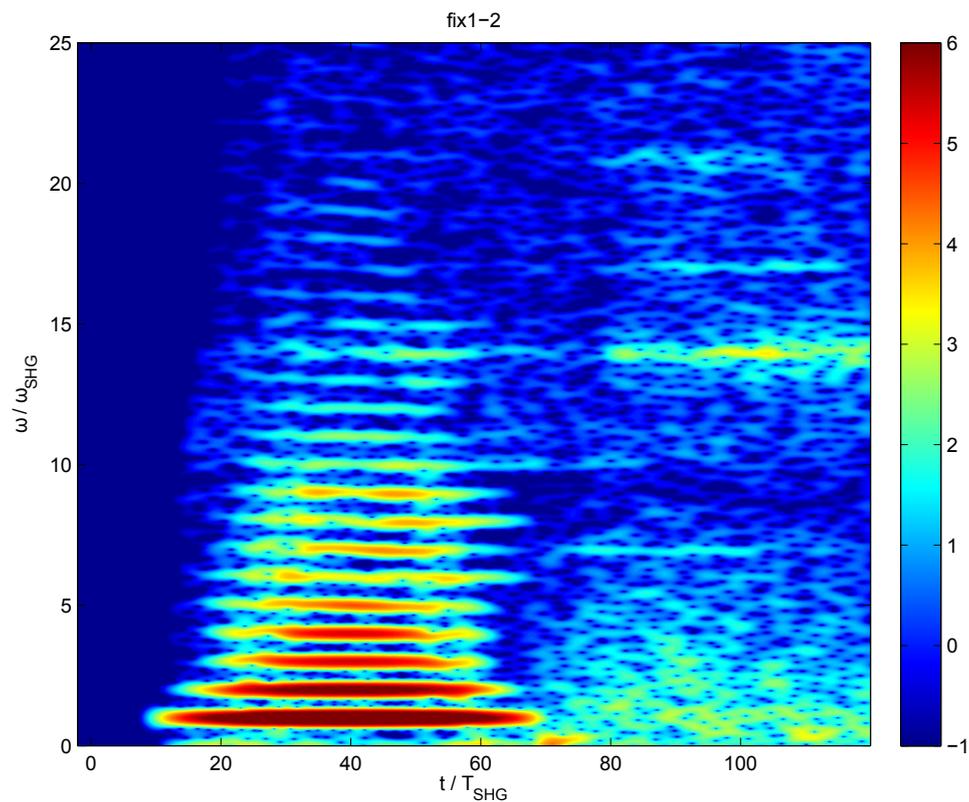


Abbildung 45: **Zeitfrequenzanalyse des reflektierten Feldes aus der PIC-Simulation zu Abb. 28 für den gesamten simulierten Zeitbereich:** Die Harmonischenstrahlung wird während der Dauer des Laserpulses erzeugt. Nachdem der Laserpuls abgeklungen ist, kann eine starke Plasmaemission bei  $2\omega_P$  (und etwas schwächer auch bei  $\omega_P$ ) beobachtet werden. Diese Plasmaemission kann mit Zwei-Plasmon-Zerfall erklärt werden, welche durch zwei gegenläufige Plasmawellen verursacht wird. Diese Emission bei  $2\omega_P$  kann durch eine große Ausdehnung des Plasmas bzw. der Simulationsbox zu Zeiten nach dem Laserpuls verschoben werden.

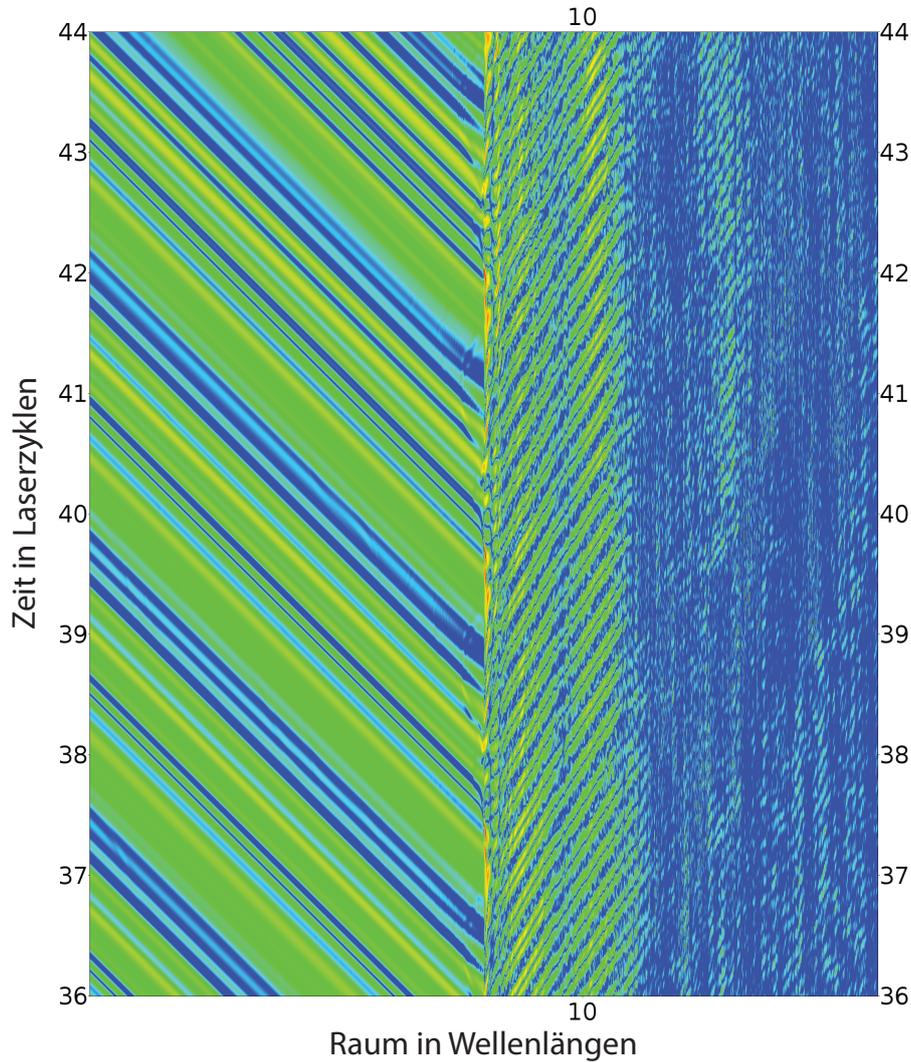


Abbildung 46: **Wavelet-Analyse des linksgerichteten Feldes aus der PIC-Simulation bei der verstärkten Harmonischen  $2\omega_P$ :** Zur Untersuchung, an welchem Ort die  $2\omega_P$ -Strahlung entsteht, wird das linkslaufende Feld  $G(x, t) = 1/2(E_y - cB_z)$  im Zeitfenster  $W_{2\omega_P, s/c}(x, \tau) = \int_{t_{\min}}^{t_{\max}} G(x, t) \cdot w_{s/c}(\tau - t) dt$  betrachtet. Das Wavelet  $w(t)_{s/c} = \cos^2\left(\frac{\pi t}{2t_{\text{FWHM}}}\right) \cdot \cos 2\omega_P$  wird hierbei genutzt um die Strahlung im Frequenzbereich von  $2\omega_P$  herauszufiltern. Man erkennt, dass die Strahlung innerhalb des Plasmas ( $x > 8\lambda$ ) unregelmäßig erzeugt wird. Außerdem propagiert sie nicht in Richtung des Beobachters. Die abgestrahlte  $2\omega_P$ -Strahlung wird vielmehr an der Plasmaoberfläche zyklisch erzeugt.

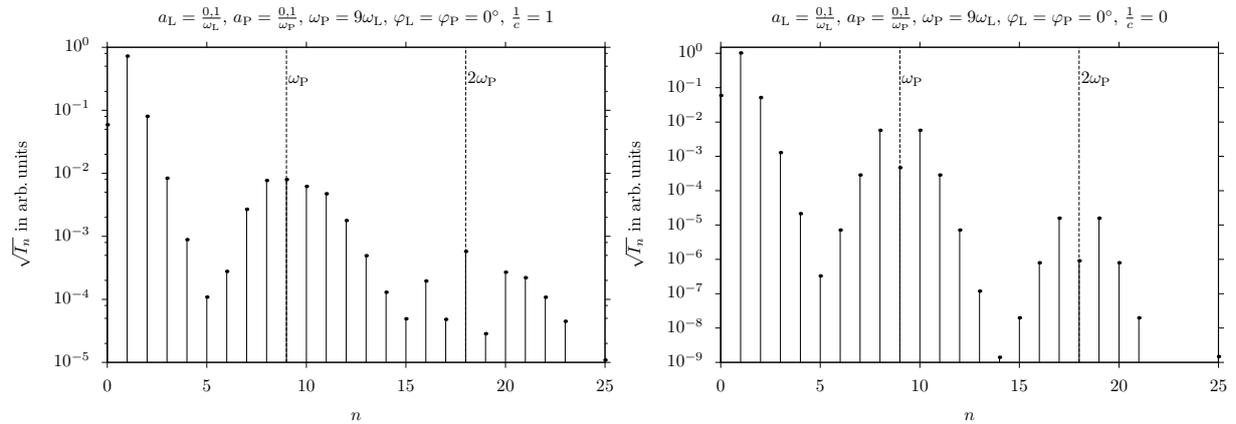


Abbildung 47: **Harmonischenspektrum aus der modellierten transversalen Stromdichte für  $\omega_P = 9\omega_L$  (links) bei Berücksichtigung der Retardierung:** Die Harmonischen bei  $2\omega_P$  and  $2\omega_P + 2\omega_L$  sind verstärkt und reproduzieren das experimentelle Resultat (vgl. Abb. A42 oder Abb. 26).

**(rechts) ohne Retardierung:** Die Verstärkung der Harmonischen bei  $2\omega_P$  stimmt weder mit den experimentell Daten noch den Simulationen überein. Interessant ist die Verstärkung der Seitenbänder  $\omega_P \pm \omega_L$  wie sie durch eine einfache Phasenmodulation erklärt werden (vgl. Abb. 48)

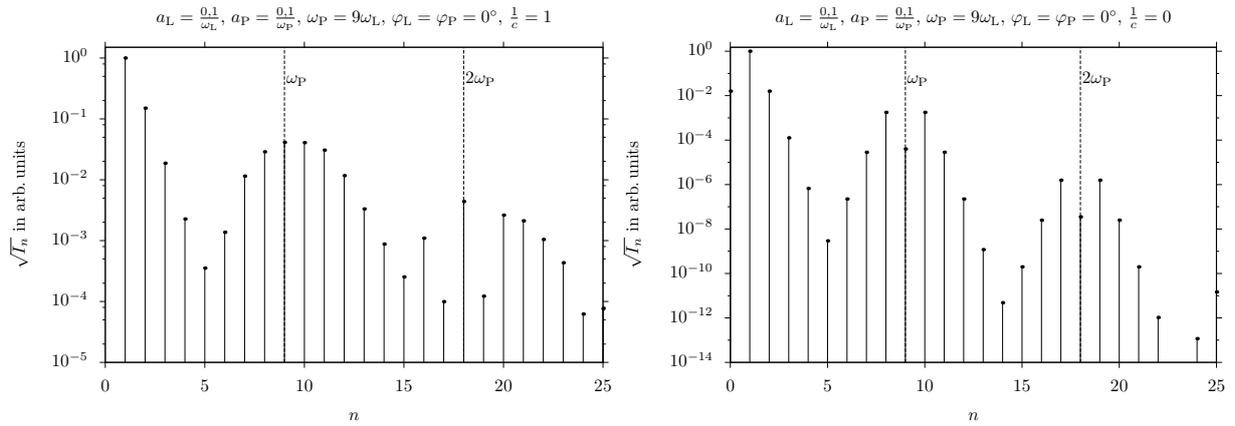


Abbildung 48: **Simulation des Harmonischenspektrums mit dem ROM-Modell und einer zusätzlichen Oszillation  $\omega_P = 9\omega_L$  (links) bei Berücksichtigung von Retardierung:** Die verstärkten Harmonischen bei  $2\omega_P$  und  $2\omega_P \pm 2\omega_L$  sind zu erkennen. Das Harmonischenspektrum ist nahezu identisch zu dem Spektrum, welches mit der modellierten Stromdichte bei der Verwendung derselben Parameter simuliert wurde (vgl. Abb. A47). **(rechts) ohne Retardierung:** Die Verstärkung bei  $2\omega_P$  unterscheidet sich stark vom Spektrum des Experiments bzw. der PIC-Simulation. Bemerkenswert ist allerdings die Verstärkung der Harmonischen bei  $\omega_P \pm \omega_L$ .

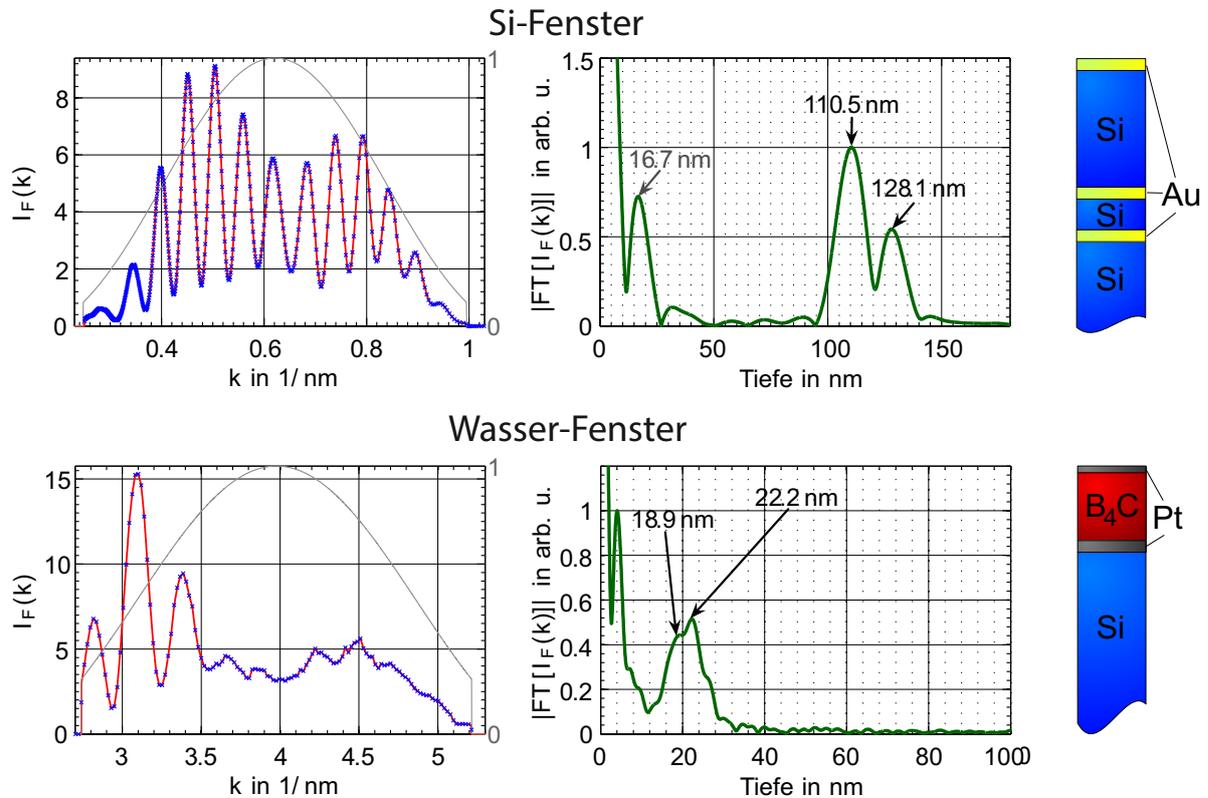


Abbildung 49: **XCT im Silizium-Fenster (oben)**: Gemessene reflektierte spektrale Intensität im Silizium-Transmissionsfenster (30 – 100 eV) (links oben) für das verwendete Schichtsystem (oben rechts): Die blauen Punkte entsprechen hierbei den Messpunkten des XUV-Spektrometers, die mit der roten Kurve interpoliert werden. Die graue Kurve zeigt eine spektrale Fensterfunktion, die zur Unterdrückung von Artefakten bei der Fourier-Transformation dient. Die rekonstruierte Tiefenstruktur (Mitte oben) zeigt die beiden vergrabenen Gold-Schichten, die klar voneinander getrennt werden können. In diesem Fall entspricht das einer Auflösung von  $\lesssim 18$  nm.

**XCT im Wasserfenster (unten)**: Gemessene reflektierte spektrale Intensität im Wasserfenster (280 – 530 eV) (links unten) des verwendeten Schichtsystems (rechts unten). Die blauen Punkte entsprechen dabei einzelnen Messungen, welche mit der roten Kurve interpoliert werden. Auch in diesem Fall wird eine Fensterfunktion (graue Kurve) eingesetzt, um Artefakte bei der Fourier-Transformation zu unterdrücken. Die rekonstruierte Tiefenstruktur (Mitte unten) kann selbst die Vorder- und Rückseite der vergrabenen Platinschicht voneinander trennen. Dies entspricht einer Auflösung von 3,3 nm.

## Eigene Veröffentlichungen

1. „Surface harmonics generation with a 100 TW table-top laser system“  
M. Behmke, C. Rödel, M. Heyer, M. Kübel, T. Toncian, O. Jäckel, M. Toncian, H. C. Ahlswede, D. Hemmers, U. Teubner, O. Willi, G.G. Paulus, G. Pretzler  
*Proceedings of SPIE*, Band 7501, Seiten 75010A, 2009
2. „Particle and x-ray generation by irradiation of gaseous and solid targets with a 100 TW laser pulse“  
O. Willi, M. Behmke, L. Gezici, B. Hidding, R. Jung, T. Königstein, A. Pipahl, J. Osterholz, G. Pretzler, A. Pukhov, M. Toncian, T. Toncian, M. Heyer, O. Jäckel, M. Kübel, G. G. Paulus, C. Rödel, H.-P. Schlenvoigt, W. Ziegler, M. Büscher, A. Feyt, A. Lehrach, H. Ohm, G. Oswald, N. Raab, M. Ruzzo, M. Seltmann, Q. Zhang  
*Plasma Physics and Controlled Fusion*, Band 51, Seiten 124049, 2009
3. „High repetition rate plasma mirror for temporal contrast enhancement of terawatt femtosecond laser pulses by three orders of magnitude“  
C. Rödel M. Heyer, M. Behmke, M. Kübel, O. Jäckel, W. Ziegler, D. Ehrt, M. C. Kaluza, G. G. Paulus  
*Applied Physics B: Lasers and Optics*, Seiten 1-8, 2010/11
4. „Controlling the spacing of attosecond pulse trains from relativistic surface plasmas“  
M. Behmke, D. an der Brügge, C. Rödel, M. Cerchez, D. Hemmers, M. Heyer, O. Jäckel, M. Kübel, G. G. Paulus, G. Pretzler, A. Pukhov, M. Toncian, T. Toncian, O. Willi  
*Physical Review Letters*, Band 106, Ausgabe 18, Seiten 185002, 2011/5/6
5. „Creating circularly polarized light with a phase-shifting mirror“  
B. Aurand, S. Kuschel, C. Rödel, M. Heyer, F. Wunderlich, O. Jäckel, M. C. Kaluza, G. G. Paulus, T. Kühl  
*Optics Express*, Band 19, Ausgabe 18, Seiten 17151-17157, 2011
6. „A large aperture four-mirror reflective wave-plate for high-intensity short-pulse laser experiments“  
B. Aurand, C. Rödel, H. Zhao, S. Kuschel, M. Wünsche, O. Jäckel, M. Heyer, F. Wunderlich, M. C. Kaluza, G. G. Paulus, T. Kühl  
*Review of Scientific Instruments*, Band 83, Ausgabe 3, Seiten 036104-3, 2012
7. „Influence of Surface Waves on Plasma High-Order Harmonic Generation“  
D. an der Brügge, N. Kumar, A. Pukhov, C. Rödel  
*Physical Review Letters*, Band 108, Ausgabe 12, Seiten 125002, 2012

8. „Optical coherence tomography using broad-bandwidth XUV and soft X-ray radiation“  
S. Fuchs, A. Blinne, C. Rödel, U. Zastra, V. Hilbert, M. Wünsche, J. Bierbach, E. Frumker, E. Förster, G. G. Paulus  
*Applied Physics B: Lasers and Optics*, Band 106, Ausgabe 4, Seiten 789-795, 2012
9. „Interference Carpets in Above-Threshold Ionization: From the Coulomb-Free to the Coulomb-Dominated Regime“  
P. A. Korneev, S. V. Popruzhenko, S. P. Goreslavski, T. M. Yan, D. Bauer, W. Becker, M. Kübel, M. F. Kling, C. Rödel, M. Wünsche, G. G. Paulus  
*Physical Review Letters*, Band 108, Ausgabe 22, Seiten 223601, 2012
10. „Thomson backscattering from laser-generated, relativistically moving high-density electron layers“  
A. E. Paz, S. Kuschel, C. Rödel, M. Schnell, O. Jäckel, M. C. Kaluza, G. G. Paulus  
*New Journal of Physics*, Band 14, Ausgabe 9, Seiten 093018, 2012
11. „Generation of 10  $\mu$ W relativistic surface high-harmonic radiation at a repetition rate of 10 Hz“  
J. Bierbach, C. Rödel, M. Yeung, B. Dromey, T. Hahn, A. Galestian Pour, S. Fuchs, A. E. Paz, S. Herzer, S. Kuschel, O. Jäckel, M. C. Kaluza, G. Pretzler, M. Zepf, G. G. Paulus  
*New Journal of Physics*, Band 14, Ausgabe 6, Seiten 065005, 2012
12. „Harmonic generation from relativistic plasma surfaces in ultrasteep plasma density gradients“  
C. Rödel, D. an der Brügge, J. Bierbach, M. Yeung, T. Hahn, B. Dromey, S. Herzer, S. Fuchs, A. Galestian Pour, E. Eckner, M. Behmke, M. Cerchez, O. Jäckel, D. Hemmers, T. Toncian, M. C. Kaluza, A. Belyanin, G. Pretzler, O. Willi, A. Pukhov, M. Zepf, G. G. Paulus  
*Physical Review Letters*, Band 109, Ausgabe 12, Seiten 125002, 2012
13. „Sensitivity calibration of an imaging extreme ultraviolet spectrometer-detector system for determining the efficiency of broadband extreme ultraviolet sources“  
S. Fuchs, C. Rödel, M. Krebs, S. Hädrich, J. Bierbach, A. E. Paz, S. Kuschel, M. Wünsche, V. Hilbert, U. Zastra, E. Förster, J. Limpert, G. G. Paulus  
*Review of Scientific Instruments*, Band 84, Seiten 023101, 2013
14. „Radiation pressure-assisted acceleration of ions using multi-component foils in high-intensity laser-matter interactions“

- B. Aurand, S. Kuschel, O. Jäckel, C. Rödel, H. Y. Zhao, S. Herzer, A. E. Paz, J. Bierbach, J. Polz, B. Elkin, G. G. Paulus, A. Karmakar, P. Gibbon, T. Kühl, M. C. Kaluza  
*New Journal of Physics*, Band 15, Ausgabe 3, Seiten 033031, 2013
15. „Near-monochromatic high-harmonic radiation from relativistic laser-plasma interactions with blazed grating surfaces“  
M. Yeung, B. Dromey, C. Rödel, J. Bierbach, M. Wünsche, G. G. Paulus, T. Hahn, D. Hemmers, C. Stelzmann, G. Pretzler, M. Zepf  
*New Journal of Physics*, Band 15, Ausgabe 2, Seiten 025042, 2013
16. „Preparation and characterization of nanometer-thin freestanding polymer foils for laser-ion acceleration“  
B. Aurand, B. Elkin, L.-O. Heim, B. Lommel, B. Kindler, M. Tomut, C. Rödel, S. Kuschel, O. Jäckel, J. Barz, T. Kühl  
*Journal of Polymer Science B - Polymer Physics*, Band 51, Ausgabe 18, 2013
17. „Ultra-thin polymer foils for laser-ion acceleration“  
B. Aurand, B. Elkin, L.-O. Heim, B. Lommel, B. Kindler, M. Tomut, C. Rödel, S. Kuschel, O. Jäckel, T. Kühl  
*Journal of Radioanalytical Nuclear Chemistry*, Ausgabe Juli, 2013
18. „An extreme ultraviolet Michelson interferometer for experiments at free-electron lasers“  
V. Hilbert, A. Blinne, S. Fuchs, T. Feigl, T. Kämpfer, C. Rödel, I. Uschmann, M. Wünsche, G. G. Paulus, E. Förster, U. Zastra  
*Review of Scientific Instruments*, Band 84, Seiten 095111, 2013
19. „Relativistic Frequency Synthesis of Light Fields“  
C. Rödel, E. Eckner, J. Bierbach, M. Yeung, B. Dromey, T. Hahn, S. Fuchs, A. Gallestian, M. Wünsche, S. Kuschel, D. Hemmers, O. Jäckel, G. Pretzler, M. Zepf, G. G. Paulus  
*zur Veröffentlichung eingereicht bei Nature Photonics*, arXiv:1307.5635, 2013
20. „Nanometer resolution optical coherence tomography using broad bandwidth XUV and soft x-ray radiation“  
S. Fuchs, C. Rödel, A. Blinne, U. Zastra, M. Wünsche, V. Hilbert, E. Frumker, P. Corkum, E. Förster, G. G. Paulus  
*zur Veröffentlichung eingereicht bei Nature Photonics*, 2013

## Patente

1. „Short-wavelength coherence tomography“, US Patent 7656538,  
Erfinder: G. G. Paulus, C. Rödel, Anmeldenummer: 12038753,  
Publikationsdatum: 16. Oktober 2008
2. „Vorrichtung zur Verbesserung des Kontrastverhältnisses eines Hochintensivlasers“,  
Erfinder: G. G. Paulus, W. Ziegler, M. Heyer, C. Rödel, DE 10 2009 036037,  
Publikationsdatum: 10. Februar 2011
3. „Verfahren zur Herstellung ultradünner Polymerfolien“,  
Erfinder: B. Aurand, S. Kuschel, C. Rödel, O. Jäckel, B. Elkin, T. Kühl, DE 10 2012  
100 476.5,  
Tag der Offenlegung: 25. Juli 2013

## Betreute Abschlussarbeiten

1. Athena Evalour Paz, „Thomson Backscattering from Relativistic Dense Electron Sheets“, Masterarbeit, 2010
2. Silvio Fuchs, „Kalibrierung eines XUV-Spektrometers zur Effizienzbestimmung von Hoher Harmonischer Strahlung“, Studienarbeit, 2010
3. Jana Bierbach, „Hohe Harmonische Strahlung von relativistischen Plasmaoberflächen zur Erzeugung von Attosekundenpulsen“, Diplomarbeit, 2011
4. Alexander Blinne, „Kohärenztomographie mit kurzen Wellenlängen“, Bachelorarbeit, 2011
5. Martin Wünsche, „Above-Threshold-Ionisation von atomaren Wasserstoff mit einem Velocity-Map-Imaging Photoelektronenspektrometer“, Studienarbeit, 2011
6. Erich Eckner, „Particle-In-Cell-Simulationen von Hoher Harmonischen-Strahlung an Oberflächen“, Bachelorarbeit, 2011
7. Silvio Fuchs, „Optische Kohärenztomografie mit kurzen Wellenlängen“, Diplomarbeit, 2012
8. Stephan Kuschel, „Ionenbeschleunigung von ultradünnen Folien bei relativistischen Intensitäten“, Diplomarbeit, 2012
9. Martin Wünsche, „Entwicklung einer Apparatur zur zeitlichen Vermessung von intensiven Attosekundenpulsen“, Diplomarbeit, 2013
10. Arpa Galestian Pour, „Relativistic Surface High Harmonic Generation using Frequency Doubled Terawatt Femtosecond Laser Pulses“, Masterarbeit, 2012
11. Erich Eckner, „Nichtlineare Optik bei relativistischen Intensitäten“, Masterarbeit, 2013

## Abbildungsverzeichnis

1	Erzeugung von intensiven Attosekundenpulszügen an relativistischen Plasmaoberflächen (adaptiert von Ref. [21]) . . . . .	3
2	Räumliche Intensitätsverteilung der Laserpulse (Bild rechts adaptiert aus Ref. [20]) . . . . .	11
3	Messung des zeitlichen Intensitätsverlaufs der JETI-Laserpulse . . . . .	15
4	Simulierter Pulscontrast der SHG-Pulse (adaptiert aus Ref. [20]) . . . . .	17
5	Pulscontrast mit Plasmaspiegelsystem (adaptiert aus Ref. [7]) . . . . .	18
6	schematische Darstellung der Photoionisation und deren Rate bei unterschiedlichem Keldysh-Parameter $\gamma_K$ (adaptiert aus Ref. [102]) . . . . .	21
7	Feldstärke an der kritischen Dichte für lineare und exponentielle Plasmaidichtegradienten (adaptiert aus Ref. [12]) . . . . .	26
8	Simulation der Plasmarampe mit dem hydrodynamischen Code MULTI-FS	31
9	2D-PIC-Simulation zur Verformung der Plasmarampe bei relativistischen Intensitäten (aus Ref. [11]) . . . . .	33
10	PIC-Simulation der Brunel-Elektronen, die vom Laserfeld an einer Plasmaoberfläche beschleunigt werden und Plasmaoszillationen verursachen (Abb. aus Ref. [68]) . . . . .	36
11	Oberflächenharmonische im Zeit- und Frequenzbereich (Abbildung aus Ref. [68])	38
12	Experiment zur Erzeugung von ROM-Harmonischen mit unterschiedlichem Pulscontrast (adaptiert aus Ref. [12]) . . . . .	52
13	Messung von ROM-Harmonischen mit niedrigem Pulscontrast (adaptiert aus Ref. [8]) . . . . .	53
14	Vergleich der gemessenen Effizienz der ROM-Harmonischen gegenüber der spektralen Energiedichte aus 1D-PIC-Simulationen (adaptiert aus Ref. [12])	56
15	Parametrische Abhängigkeit der ROM-Effizienz von der Plasmaskalenlänge (adaptiert aus Ref. [12]) . . . . .	57
16	2D-Simulation zu SPW im moderat relativistischen Regime (adaptiert aus Ref. [19]) . . . . .	62
17	2D-Simulation zu SPW im stark relativistischen Regime (aus Ref. [19]) . .	63
18	Winkelspektrum $I(k, \omega)$ für realistische Laser- und Plasmaparameter (aus Ref. [19]) . . . . .	64
19	Wachstum und Dämpfung einer SPW für Simulation 1 und Simulation 2 (persönliche Mitteilung von D. an der Brügge) . . . . .	65
20	Vergleich von Harmonischenspektren aus Experiment, PIC-Simulation und Modell für zwei unterschiedliche Plasmaskalenlängen (adaptiert aus Ref. [10])	67

21	Attosekundenpulszug aus 1D-PIC-Simulation für die experimentellen Parameter (adaptiert aus Ref. [10]) . . . . .	68
22	Eindellung der Plasmaoberfläche durch den Strahlungsdruck / positiver Chirp der ROM-Harmonischen . . . . .	69
23	Variierender Pulsabstand des APT für die experimentellen Parameter (aus Ref. [11]) . . . . .	70
24	Vergleich zwischen experimentellen und simulierten Harmonischenspektren bei variierendem Chirp des treibenden Laserpulses . . . . .	73
25	Experimenteller Aufbau zur Erzeugung von Oberflächenharmonischen mit frequenzverdoppelten Pulsen (400nm): (adaptiert aus Ref. [23]) . . . . .	75
26	Emission verstärkter Harmonischer bei sehr hohem Pulskontrast (adaptiert aus Ref. [21]) . . . . .	76
27	Harmonischensignal, das mit 10 Hz und sehr hohem Pulskontrast detektiert wurde (adaptiert aus Ref. [21]) . . . . .	78
28	Zeitfrequenzspektrum aus 1D-PIC-Simulation (adaptiert aus Ref. [21]) . . . . .	80
29	Elektronendichte aus 1D-PIC-Simulation bei ursprünglich stufenförmigem Plasmadichteprofil (adaptiert aus Ref. [21]) . . . . .	81
30	Transversale Stromdichte aus der 1D-PIC-Simulation (adaptiert aus Ref. [21])	83
31	Modellierte, transversale Stromdichte . . . . .	84
32	Berechnung des Harmonischenspektrums aus der modellierten, mit $\omega_P = 7\omega_L$ oszillierenden, transversalen Stromdichte (aus Ref. [162, 21]) . . . . .	85
33	Simulation der verstärkten Harmonischen mit dem ROM-Modell mit einer niederfrequenten Oszillation $\omega_L$ (ROM) und einer hochfrequenten Oszillation bei $\omega_P = 7\omega_L$ (XROM) (aus Ref. [21]) . . . . .	86
34	Modell des relativistischen Synthesizers (adaptiert aus Ref. [21]) . . . . .	88
35	Experimenteller Aufbau der XUV-Kohärenztomografie mit breitbandiger XUV-Strahlung (aus Ref. [24]) . . . . .	89
36	XUV-Kohärenztomografie eines nanostrukturierten Schichtsystems (aus Ref. [25])	90
37	Apparatur zur Vermessung der Attosekundenzeitstruktur der ROM-Harmonischen (aus Ref. [23]) . . . . .	92
38	Schematische Darstellung des Aufbaus zur Kalibrierung des XUV-Spektrometers	98
39	Prinzip des Plasmaspiegels zur Kontrastverbesserung . . . . .	99
40	Skizze des Plasmaspiegelaufbaus am JETI-Lasersystem . . . . .	100
41	Dynamik der Vakuum-Plasma-Grenzfläche während der Lasereinstrahlung	101
42	Typisches Harmonischenspektrum mit verstärkten Harmonischen bei $2\omega_P \pm 2\omega_L$ . . . . .	102
43	Messung der Divergenz der verstärkten Harmonischen . . . . .	103
44	Messung der Bandbreite der verstärkten Harmonischen . . . . .	104

---

45	Zeitfrequenzanalyse des reflektierten Feldes aus der PIC-Simulation . . . .	105
46	Wavelet-Analyse des linksgerichteten Feldes aus der PIC-Simulation bei der verstärkten Harmonischen $2\omega_P$ . . . . .	106
47	Harmonischenspektrum aus der modellierten transversalen Stromdichte . .	107
48	Simulation der verstärkten Harmonischen mit dem ROM-Modell und $\omega_P =$ $9\omega_L$ . . . . .	108
49	Experimentelle Resultate zur XCT mit breitbandiger XUV-Strahlung (ad- aptiert aus Ref. [25]) . . . . .	109

## Tabellenverzeichnis

1	Übersicht über die möglichen Laserparameter . . . . .	19
2	Zerstörschwelle der verwendeten Oberflächenmaterialien . . . . .	22
3	Dichte und Plasmafrequenzen der verwendeten Materialien . . . . .	24
4	Übersicht der berechneten Plasmaskalenlängen . . . . .	32
5	Effizienz der ROM-Harmonischen bei kurzer und mittlerer Skalenlänge (Werte aus Ref. [12]) . . . . .	55

## Literatur

- [1] R. Lichters, J. Meyer-ter-Vehn, and A. Pukhov. Short-pulse laser harmonics from oscillating plasma surfaces driven at relativistic intensity. *Physics Of Plasmas*, 3(9):3425–3437, 1996.
- [2] P. Gibbon. Harmonic generation by femtosecond laser-solid interaction: A coherent "water-window" light source? *Physical Review Letters*, 76(1):50–53, 1996.
- [3] G. D. Tsakiris, K. Eidmann, J. Meyer-ter-Vehn, and F. Krausz. Route to intense single attosecond pulses. *New Journal Of Physics*, 8:19, 2006.
- [4] S. Fuchs, C. Rödel, M. Krebs, S. Hädrich, J. Bierbach, A. Paz, S. Kuschel, M. Wünsche, V. Hilbert, U. Zastra, E. Förster, J. Limpert, and G. G. Paulus. Sensitivity calibration of an imaging extreme ultraviolet spectrometer-detector system for determining the efficiency of broadband extreme ultraviolet sources. *Review of Scientific Instruments*, 84(023101), 2013.
- [5] M. Zepf, G. D. Tsakiris, G. Pretzler, I. Watts, D. M. Chambers, P. A. Norreys, U. Andiel, A. E. Dangor, K. Eidmann, C. Gahn, A. Machacek, J. S. Wark, and K. Witte. Role of the plasma scale length in the harmonic generation from solid targets. *Physical Review E*, 58(5):R5253–R5256, 1998.
- [6] C. Thaur, F. Quéré, J. P. Geindre, A. Levy, T. Ceccotti, P. Monot, M. Bougeard, F. Reau, P. D'Oliveira, P. Audebert, R. Marjoribanks, and P. H. Martin. Plasma mirrors for ultrahigh-intensity optics. *Nature Physics*, 3(6):424–429, 2007.
- [7] C. Rödel, M. Heyer, M. Behmke, M. Kübel, O. Jäckel, W. Ziegler, D. Ehrt, M. C. Kaluza, and G. G. Paulus. High repetition rate plasma mirror for temporal contrast enhancement of terawatt femtosecond laser pulses by three orders of magnitude. *Applied Physics B*, 103(2):295–302, 2011.
- [8] O. Willi, M. Behmke, L. Gezici, B. Hidding, R. Jung, T. Königstein, A. Pipahl, J. Osterholz, G. Pretzler, A. Pukhov, M. Toncian, T. Toncian, M. Heyer, O. Jäckel, M. Kübel, G. Paulus, C. Rödel, H. P. Schlenvoigt, W. Ziegler, M. Buscher, A. Feyt, A. Lehrach, H. Ohm, G. Oswald, N. Raab, M. Ruzzo, M. Seltmann, and Q. Zhang. Particle and x-ray generation by irradiation of gaseous and solid targets with a 100 TW laser pulse. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 51(12), 2009.
- [9] B. Dromey, M. Zepf, A. Gopal, K. Lancaster, M. S. Wei, K. Krushelnick, M. Tatarakis, N. Vakakis, S. Moustazis, R. Kodama, M. Tampo, C. Stoeckl, R. Clarke,

- H. Habara, D. Neely, S. Karsch, and P. Norreys. High harmonic generation in the relativistic limit. *Nature Physics*, 2(7):456–459, 2006.
- [10] M. Behmke, D. an der Brügge, C. Rödel, M. Cerchez, D. Hemmers, M. Heyer, O. Jäckel, M. Kübel, G. G. Paulus, G. Pretzler, A. Pukhov, M. Toncian, T. Toncian, and O. Willi. Controlling the spacing of attosecond pulse trains from relativistic surface plasmas. *Physical Review Letters*, 106(18), 2011.
- [11] D. Hemmers, T. Hahn, C. Stelzmann, G. Pretzler, J. Bierbach, C. Rödel, M. Wünsche, G. Paulus, B. Dromey, and M. Yeung. Controlling the temporal coherence of attosecond pulse trains by chirped laser pulses. *in preparation*, 2013.
- [12] C. Rödel, D. An der Brügge, J. Bierbach, M. Yeung, T. Hahn, B. Dromey, S. Herzer, S. Fuchs, A. Galestian Pour, E. Eckner, M. Behmke, M. Cerchez, O. Jäckel, D. Hemmers, T. Toncian, M. C. Kaluza, A. Belyanin, G. Pretzler, O. Willi, A. Pukhov, M. Zepf, and G. G. Paulus. Harmonic generation from relativistic plasma surfaces in ultrasteep plasma density gradients. *Physical Review Letters*, 109(12):125002, 2012.
- [13] T. Baeva, S. Gordienko, and A. Pukhov. Theory of high-order harmonic generation in relativistic laser interaction with overdense plasma. *Physical Review E*, 74(4):046404, 2006.
- [14] G. Lambert, T. Hara, D. Garzella, T. Tanikawa, M. Labat, B. Carre, H. Kitamura, T. Shintake, M. Bougeard, S. Inoue, Y. Tanaka, P. Salieres, H. Merdji, O. Chubar, O. Gobert, K. Tahara, and M. E. Couprie. Injection of harmonics generated in gas in a free-electron laser providing intense and coherent extreme-ultraviolet light. *Nature Physics*, 4(4):296–300, 2008.
- [15] E. Allaria, R. Appio, L. Badano, W. A. Barletta, S. Bassanese, S. G. Biedron, A. Borgha, E. Busetto, D. Castronovo, P. Cinquegrana, et al. Highly coherent and stable pulses from the FERMI seeded free-electron laser in the extreme ultraviolet. *Nature Photonics*, 2012.
- [16] R. L. Sandberg, A. Paul, D. A. Raymondson, S. Hädrich, D. M. Gaudiosi, J. Holtsnider, R. I. Tobey, O. Cohen, M. M. Murnane, and H. C. Kapteyn. Lensless diffractive imaging using tabletop coherent high-harmonic soft-x-ray beams. *Physical Review Letters*, 99(9):098103, 2007.
- [17] G. Sansone, L. Poletto, and M. Nisoli. High-energy attosecond light sources. *Nature Photonics*, 5(11):656–664, 2011.

- 
- [18] Eiji Takahashi, Yasuo Nabekawa, Tatsuya Otsuka, Minoru Obara, and Katsumi Midorikawa. Generation of highly coherent submicrojoule soft x rays by high-order harmonics. *Physical Review A*, 66(2):021802, 2002.
- [19] D. an der Brügge, N. Kumar, A. Pukhov, and C. Rödel. Influence of surface waves on plasma high-order harmonic generation. *Physical Review Letters*, 108(12), 2012.
- [20] J. Bierbach, C. Rödel, M. Yeung, B. Dromey, T. Hahn, A. Galestian Pour, S. Fuchs, A. E. Paz, S. Herzer, S. Kuschel, O. Jäckel, M. C. Kaluza, G. Pretzler, M. Zepf, and G. G. Paulus. Generation of 10  $\mu$ W relativistic surface high-harmonic radiation at a repetition rate of 10 Hz. *New Journal of Physics*, 14, 2012.
- [21] C. Rödel, E. Eckner, J. Bierbach, M. Yeung, B. Dromey, T. Hahn, S. Fuchs, A. Galestian, M. Wünsche, S. Kuschel, D. Hemmers, O. Jäckel, G. Pretzler, M. Zepf, and G. G. Paulus. Relativistic frequency synthesis of light fields. *submitted to Nature Photonics*, *arXiv:1307.5635*, 2013.
- [22] F. Krausz and M. Ivanov. Attosecond physics. *Reviews of Modern Physics*, 81(1):163–234, 2009.
- [23] Martin Wünsche. Entwicklung einer Apparatur zur zeitlichen Vermessung von intensiven Attosekundenpulsen. Master’s thesis, Friedrich-Schiller-Universität Jena, 2013.
- [24] S. Fuchs, A. Blinne, C. Rödel, U. Zastra, V. Hilbert, M. Wünsche, J. Bierbach, E. Frumker, E. Förster, and G. G. Paulus. Optical coherence tomography using broad-bandwidth XUV and soft x-ray radiation. *Applied Physics B*, 106(4):789–795, 2012.
- [25] S. Fuchs, C. Rödel, A. Blinne, U. Zastra, M. Wünsche, V. Hilbert, E. Frumker, E. Corkum, P. Förster, and G. G. Paulus. Nanometer resolution optical coherence tomography using broad bandwidth XUV and soft x-ray radiation. *submitted to Nature Photonics*.
- [26] A. L. Schawlow and C. H. Townes. Infrared and optical masers. *Physical Review*, 112(6):1940–1949, 1958.
- [27] T. Maiman. Stimulated optical radiation in ruby. *Nature*, 187:493–494, 1960.
- [28] P. A. Franken, G. Weinreich, C. W. Peters, and A. E. Hill. Generation of optical harmonics. *Physical Review Letters*, 7(4):118, 1961.

- [29] Nicolaas Bloembergen. Nonlinear optics and spectroscopy. *Physiology Hysiology or Medicine Literature Peace Economic Sciences*, 1993.
- [30] C. Wagner and N. Harned. EUV LITHOGRAPHY lithography gets extreme. *Nature Photonics*, 4(1):24–26, 2010.
- [31] A. L’Huillier and P. Balcou. High-order harmonic-generation in rare-gases with a 1-ps 1053-nm laser. *Physical Review Letters*, 70(6):774–777, 1993.
- [32] M. Hentschel, R. Kienberger, C. Spielmann, G. A. Reider, N. Milosevic, T. Brabec, P. Corkum, U. Heinzmann, M. Drescher, and F. Krausz. Attosecond metrology. *Nature*, 414(6863):509–513, 2001.
- [33] E. Goulielmakis, M. Schultze, M. Hofstetter, V. S. Yakovlev, J. Gagnon, M. Uiberacker, A. L. Aquila, E. M. Gullikson, D. T. Attwood, R. Kienberger, F. Krausz, and U. Kleineberg. Single-cycle nonlinear optics. *Science*, 320(5883):1614–1617, 2008.
- [34] P. Agostini and L. F. DiMauro. The physics of attosecond light pulses. *Reports On Progress In Physics*, 67(6):813–855, 2004.
- [35] M. Drescher, M. Hentschel, R. Kienberger, M. Uiberacker, V. Yakovlev, A. Scrinizi, T. Westerwalbesloh, U. Kleineberg, U. Heinzmann, and F. Krausz. Time-resolved atomic inner-shell spectroscopy. *Nature*, 419(6909):803–807, 2002.
- [36] M. Uiberacker, T. Uphues, M. Schultze, A. J. Verhoef, V. Yakovlev, M. F. Kling, J. Rauschenberger, N. M. Kabachnik, H. Schroder, M. Lezius, K. L. Kompa, H. G. Muller, M. J. J. Vrakking, S. Hendel, U. Kleineberg, U. Heinzmann, M. Drescher, and F. Krausz. Attosecond real-time observation of electron tunnelling in atoms. *Nature*, 446(7136):627–632, 2007.
- [37] M. Schultze, M. Fiess, N. Karpowicz, J. Gagnon, M. Korbman, M. Hofstetter, S. Neppl, A. L. Cavalieri, Y. Komninos, T. Mercouris, C. A. Nicolaides, R. Pazourek, S. Nagele, J. Feist, J. Burgdorfer, A. M. Azzeer, R. Ernstorfer, R. Kienberger, U. Kleineberg, E. Goulielmakis, F. Krausz, and V. S. Yakovlev. Delay in photoemission. *Science*, 328(5986):1658–1662, 2010.
- [38] G. Sansone, F. Kelkensberg, J. F. Perez-Torres, F. Morales, M. F. Kling, W. Siu, O. Ghafur, P. Johnsson, M. Swoboda, E. Benedetti, F. Ferrari, F. Lepine, J. L. Sanz-Vicario, S. Zherebtsov, I. Znakovskaya, A. L’Huillier, M. Y. Ivanov, M. Nisoli, F. Martin, and M. J. J. Vrakking. Electron localization following attosecond molecular photoionization. *Nature*, 465(7299):763–U3, 2010.

- [39] A. L. Cavalieri, N. Muller, T. Uphues, V. S. Yakovlev, A. Baltuska, B. Horvath, B. Schmidt, L. Blumel, R. Holzwarth, S. Hendel, M. Drescher, U. Kleineberg, P. M. Echenique, R. Kienberger, F. Krausz, and U. Heinzmann. Attosecond spectroscopy in condensed matter. *Nature*, 449(7165):1029–1032, 2007.
- [40] G. Sansone, E. Benedetti, F. Calegari, C. Vozzi, L. Avaldi, R. Flammini, L. Poletto, P. Villoresi, C. Altucci, R. Velotta, S. Stagira, S. De Silvestri, and M. Nisoli. Isolated single-cycle attosecond pulses. *Science*, 314(5798):443–446, 2006.
- [41] P. B. Corkum. Plasma perspective on strong-field multiphoton ionization. *Physical Review Letters*, 71(13):1994–1997, 1993.
- [42] M. Bellini, C. Corsi, and M. C. Gambino. Neutral depletion and beam defocusing in harmonic generation from strongly ionized media. *Physical Review A*, 64(2):023411, 2001.
- [43] A. Di Piazza, C. Müller, K. Z. Hatsagortsyan, and C. H. Keitel. Extremely high-intensity laser interactions with fundamental quantum systems. *Reviews of Modern Physics*, 84(3):1177–1228, 2012.
- [44] S. W. Bahk, P. Rousseau, T. A. Planchon, V. Chvykov, G. Kalintchenko, A. Maksimchuk, G. A. Mourou, and V. Yanovsky. Generation and characterization of the highest laser intensities ( $10^{22}$  W/cm<sup>2</sup>). *Optics Letters*, 29(24):2837–2839, 2004.
- [45] T. Sekikawa, A. Kosuge, T. Kanai, and S. Watanabe. Nonlinear optics in the extreme ultraviolet. *Nature*, 432(7017):605–608, 2004.
- [46] A. P. Conde, J. Kruse, O. Faucher, P. Tzallas, E. P. Benis, and D. Charalambidis. Realization of time-resolved two-vacuum-ultraviolet-photon ionization. *Physical Review A*, 79(6), 2009.
- [47] P. Tzallas, E. Skantzakis, L. A. A. Nikolopoulos, G. D. Tsakiris, and D. Charalambidis. Extreme-ultraviolet pump-probe studies of one-femtosecond-scale electron dynamics. *Nature Physics*, 7(10):781–784, 2011.
- [48] Markus Drescher. persönliche Mitteilung.
- [49] T. Togashi, E. J. Takahashi, K. Midorikawa, M. Aoyama, K. Yamakawa, T. Sato, A. Iwasaki, S. Owada, T. Okino, K. Yamanouchi, et al. Extreme ultraviolet free electron laser seeded with high-order harmonic of Ti:sapphire laser. *Optics Express*, 19(1):317–324, 2011.

- 
- [50] T. Heinzl, B. Liesfeld, K. U. Amthor, H. Schwörer, R. Sauerbrey, and A. Wipf. On the observation of vacuum birefringence. *Optics Communications*, 267(2):318–321, 2006.
- [51] J. Schwinger. On gauge invariance and vacuum polarization. *Physical Review*, 82(5):664–679, 1951.
- [52] F. Hebenstreit, R. Alkofer, and H. Gies. Schwinger pair production in space- and time-dependent electric fields: Relating the Wigner formalism to quantum kinetic theory. *Physical Review D*, 82(10):105026, 2010.
- [53] J. Feldhaus, J. Arthur, and J. B. Hastings. X-ray free-electron lasers. *Journal of Physics B-Atomic Molecular and Optical Physics*, 38(9):S799–S819, 2005.
- [54] Ackermann et al. Operation of a free-electron laser from the extreme ultraviolet to the water window. *Nature Photonics*, 1(6):336–342, 2007.
- [55] E. L. Saldin, E. A. Schneidmiller, and M. V. Yurkov. A new technique to generate 100 GW-level attosecond X-ray pulses from the X-ray SASE FELs. *Optics communications*, 239(1):161–172, 2004.
- [56] A. Marinelli, E. Hemsing, and J. B. Rosenzweig. Using the relativistic two-stream instability for the generation of soft-x-ray attosecond radiation pulses. *Physical Review Letters*, 110(6), 2013.
- [57] S. V. Bulanov, T. Esirkepov, and T. Tajima. Light intensification towards the Schwinger limit. *Physical Review Letters*, 91(8):085001, 2003.
- [58] V. V. Kulagin, V. A. Cherepenin, M. S. Hur, and H. Suk. Theoretical investigation of controlled generation of a dense attosecond relativistic electron bunch from the interaction of an ultrashort laser pulse with a nanofilm. *Physical Review Letters*, 99(12):124801, 2007.
- [59] B. Qiao, M. Zepf, M. Borghesi, B. Dromey, and M. Geissler. Coherent x-ray production via pulse reflection from laser-driven dense electron sheets. *New Journal of Physics*, 11:103042, 2009.
- [60] D. Kiefer, M. Yeung, T. Dzelzainis, P. S. Foster, S. G. Rykovanov, C. L. S. Lewis, R. S. Marjoribanks, H. Ruhl, D. Habs, J. Schreiber, M. Zepf, and B. Dromey. Relativistic electron mirrors from nanoscale foils for coherent frequency upshift to the extreme ultraviolet. *Nature Communications*, 4, 2013.

- 
- [61] D. Umstadter, S. Sepke, and S. Chen. Relativistic nonlinear optics. *Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics*, 52:331–389, 2005.
- [62] G. A. Mourou, T. Tajima, and S. V. Bulanov. Optics in the relativistic regime. *Reviews Of Modern Physics*, 78(2):309–371, 2006.
- [63] A. Einstein. Zur Elektrodynamik bewegter Körper. *Annalen der Physik*, 17:891, 1905.
- [64] A. Tarasevitch, K. Lobov, C. Wünsche, and D. von der Linde. Transition to the relativistic regime in high order harmonic generation. *Physical Review Letters*, 98(10):103902, 2007.
- [65] P. A. Norreys, M. Zepf, S. Moustazis, A. P. Fews, J. Zhang, P. Lee, M. Bakarezos, C. N. Danson, A. Dyson, P. Gibbon, P. Loukakos, D. Neely, F. N. Walsh, J. S. Wark, and A. E. Dangor. Efficient extreme uv harmonics generated from picosecond laser pulse interactions with solid targets. *Physical Review Letters*, 76(11):1832–1835, 1996.
- [66] K. Krushelnick, W. Rozmus, U. Wagner, F. N. Beg, S. G. Bochkarev, E. L. Clark, A. E. Dangor, R. G. Evans, A. Gopal, H. Habara, S. P. D. Mangles, P. A. Norreys, A. P. L. Robinson, M. Tatarakis, M. S. Wei, and M. Zepf. Effect of relativistic plasma on extreme-ultraviolet harmonic emission from intense laser-matter interactions. *Physical Review Letters*, 100(12):125005, 2008.
- [67] U. Teubner and P. Gibbon. High-order harmonics from laser-irradiated plasma surfaces. *Reviews of Modern Physics*, 81(2):445–479, 2009.
- [68] C. Thaury and F. Quéré. High-order harmonic and attosecond pulse generation on plasma mirrors: basic mechanisms. *Journal of Physics B-Atomic Molecular and Optical Physics*, 43(21), 2010.
- [69] D. an der Brügge and A. Pukhov. Enhanced relativistic harmonics by electron nanobunching. *Physics of Plasmas*, 17(3), 2010.
- [70] S. Gordienko, A. Pukhov, O. Shorokhov, and T. Baeva. Relativistic Doppler effect: Universal spectra and zeptosecond pulses. *Physical Review Letters*, 93(11):115002, 2004.
- [71] M. Geissler, S. Rykovanov, J. Schreiber, J. Meyer-Ter-Vehn, and G. D. Tsakiris. 3D simulations of surface harmonic generation with few-cycle laser pulses. *New Journal Of Physics*, 9:218, 2007.

- [72] S. V. Bulanov, N. M. Naumova, and F. Pegoraro. Interaction of an ultrashort, relativistically strong laser-pulse with an overdense plasma. *Physics Of Plasmas*, 1(3):745–757, 1994.
- [73] P. B. Corkum and F. Krausz. Attosecond science. *Nature Physics*, 3(6):381–387, 2007.
- [74] Michael Behmke. *Einfluss der relativistischen Plasmadynamik auf die zeitlich-spektrale Struktur von Oberflächenharmonischen*. PhD thesis, Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf, 2011.
- [75] E. Eckner, C. Rödel, and G. Paulus. Frequency synthesis of light fields by relativistically oscillating mirrors. *in preparation*, 2013.
- [76] Daniel an der Brügge. *Ultrashort and Ultraintense Electromagnetic Pulses*. PhD thesis, Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf, 2010.
- [77] J. C. Diels and W. Rudolph. *Ultrashort Laser Pulse Phenomena*. Academic Press, Second Edition, 2008.
- [78] I. N. Bronstein, K. A. Semendjajew, G. Musiol, and H. Mühlig. *Taschenbuch der Mathematik*. Harri Deutsch, 1993.
- [79] J. H. Sung, S. K. Lee, T. J. Yu, T. M. Jeong, and J. Lee. 0.1 Hz 1.0 PW Ti:sapphire laser. *Optics letters*, 35(18):3021–3023, 2010.
- [80] D. Strickland and G. Mourou. Compression of amplified chirped optical pulses. *Optics Communications*, 56(3):219–221, 1985.
- [81] M. D. Perry and G. Mourou. Terawatt to petawatt subpicosecond lasers. *Science*, 264(5161):917–924, 1994.
- [82] C. Iaconis and I. A. Walmsley. Spectral phase interferometry for direct electric-field reconstruction of ultrashort optical pulses. *Optics Letters*, 23(10):792–794, 1998.
- [83] F. Verluise, V. Laude, Z. Cheng, Ch. Spielmann, and P. Tournois. Amplitude and phase control of ultrashort pulses by use of an acousto-optic programmable dispersive filter: pulse compression and shaping. *Opt. Lett.*, 25(8):575–577, 2000.
- [84] A. V. Smith. SNLO nonlinear optics code. *Sandia National Laboratories, Albuquerque, NM*, 87185:1423, 2004.

- [85] Arpa Galestian Pour. Relativistic surface high harmonic generation using frequency doubled terawatt femtosecond laser pulses. Master's thesis, Friedrich-Schiller Universität Jena, 2012.
- [86] L. D. Landau. *The Classical Theory of Fields*. Pergamon Press, Oxford, 1975.
- [87] D. Batani. *Atoms, Solids, and Plasmas in Super Intense Laser Fields*. Springer, 2001.
- [88] P. Gibbon. High-order harmonic generation in plasmas. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 33(11):1915–1924, 1997.
- [89] P. Gibbon. *Short Pulse Laser Interaction with Matter*. Imperial College Press, 2005.
- [90] D. Bauer, P. Mulser, and W. H. Steeb. Relativistic ponderomotive force, uphill acceleration, and transition to chaos. *Physical Review Letters*, 75(25):4622–4625, 1995.
- [91] B. Quesnel and P. Mora. Theory and simulation of the interaction of ultraintense laser pulses with electrons in vacuum. *Physical Review E*, 58(3):3719–3732, 1998.
- [92] Christian Rödel. Plasmaspiegel zur Kontrastverbesserung von Terawattlaserpulsen für die Erzeugung von Hohen Harmonischen an Oberflächen. Master's thesis, Friedrich-Schiller Universität Jena, 2009.
- [93] Jörg Schreiber. Erzeugung und Charakterisierung von frequenzverdoppelten ultrakurzen Terawatt Titan-Saphir-Laserimpulsen. Master's thesis, Friedrich-Schiller-Universität Jena, 2002.
- [94] R. W. Boyd. *Nonlinear Optics*. Academic Press, 2008.
- [95] P. Gibbon. Plasma physics - cleaner petawatts with plasma optics. *Nature Physics*, 3(6):369–370, 2007.
- [96] A. Levy, T. Ceccotti, P. D'Oliveira, F. Reau, M. Perdrix, F. Quéré, P. Monot, M. Bougeard, H. Lagadec, P. Martin, J. P. Geindre, and P. Audebert. Double plasma mirror for ultrahigh temporal contrast ultraintense laser pulses. *Optics Letters*, 32(3):310–312, 2007.
- [97] G. Doumy, F. Quéré, O. Gobert, M. Perdrix, P. Martin, P. Audebert, J. C. Gauthier, J. P. Geindre, and T. Wittmann. Complete characterization of a plasma mirror for the production of high-contrast ultraintense laser pulses. *Physical Review E*, 69(2):026402, 2004.

- [98] B. Dromey, S. Kar, M. Zepf, and P. Foster. The plasma mirror - a subpicosecond optical switch for ultrahigh power lasers. *Review Of Scientific Instruments*, 75(3):645–649, 2004.
- [99] G. Paulus, W. Ziegler, M. Heyer, and C. Rödel. Vorrichtung zur Verbesserung des Kontrastverhältnisses eines Hochintensivlasers. *Deutsche Patentanmeldung*, (DE 102009036037), 2010.
- [100] L.V. Keldysh. Ionization in the field of a strong electromagnetic wave. *Sov. Phys. JETP*, 20:1307, 1965.
- [101] A. Q. Wu, I. H. Chowdhury, and X. F. Xu. Femtosecond laser absorption in fused silica: Numerical and experimental investigation. *Physical Review B*, 72(8), 2005.
- [102] C. B. Schaffer, A. Brodeur, and E. Mazur. Laser-induced breakdown and damage in bulk transparent materials induced by tightly focused femtosecond laser pulses. *Measurement Science & Technology*, 12(11):1784–1794, 2001.
- [103] D. von der Linde and H. Schüler. Breakdown threshold and plasma formation in femtosecond laser-solid interaction. *Journal of the Optical Society of America B-Optical Physics*, 13(1):216–222, 1996.
- [104] A. C. Tien, S. Backus, H. Kapteyn, M. Murnane, and G. Mourou. Short-pulse laser damage in transparent materials as a function of pulse duration. *Physical Review Letters*, 82(19):3883–3886, 1999.
- [105] B. C. Stuart, M. D. Feit, S. Herman, A. M. Rubenchik, B. W. Shore, and M. D. Perry. Nanosecond-to-femtosecond laser-induced breakdown in dielectrics. *Physical Review B*, 53(4):1749–1761, 1996.
- [106] M. Lenzner, J. Kruger, S. Sartania, Z. Cheng, C. Spielmann, G. Mourou, W. Kautek, and F. Krausz. Femtosecond optical breakdown in dielectrics. *Physical Review Letters*, 80(18):4076–4079, 1998.
- [107] Robert E. W. Pfund. *Inelastische Prozesse in ultra-kurzer Laser-Materie-Wechselwirkung*. PhD thesis, Technische Universität München, 1999.
- [108] J. Krüger, D. Dufft, R. Koter, and A. Hertwig. Femtosecond laser-induced damage of gold films. *Applied Surface Science*, 253(19):7815–7819, 2007.
- [109] P. Drude. Zur Elektronentheorie der Metalle. *Annalen der Physik*, 306:566–613, 1900.
- [110] A. Piel. *Plasma physics: An Introduction to laboratory, space, and fusion plasmas*. Springer, 2010.

- [111] J. H. Jackson. *Classical Electrodynamics*. Wiley, New York, 1972.
- [112] A. A. Gonoskov, A. V. Korzhimanov, A. V. Kim, M. Marklund, and A. M. Sergeev. Ultrarelativistic nanoplasmonics as a route towards extreme-intensity attosecond pulses. *Physical Review E*, 84(4), 2011.
- [113] S. Palaniyappan, B. M. Hegelich, H. C. Wu, D. Jung, D. C. Gautier, L. Yin, B. J. Albright, R. P. Johnson, T. Shimada, S. Letzring, D. T. Offermann, J. Ren, C. K. Huang, R. Hörlein, B. Dromey, J. C. Fernandez, and R. C. Shah. Dynamics of relativistic transparency and optical shuttering in expanding overdense plasmas. *Nature Physics*, 8(10):763–769, 2012.
- [114] M. Born and E. Wolf. *Principles of Optics*. Pergamon Press, 1980.
- [115] W. L. Kruer. *The Physics of Laser Plasma Interactions*. Addison-Wesley, New York, 2003.
- [116] T. Schlegel, S. Bastiani, L. Gremillet, J.-P. Geindre, P. Audebert, J.-C. Gauthier, E. Lefebvre, G. Bonnaud, and J. Delettrez. Comparison of measured and calculated x-ray and hot-electron production in short-pulse laser-solid interactions at moderate intensities. *Physical Review E*, 60(2):2209, 1999.
- [117] J. P. Geindre, P. Audebert, A. Rousse, F. Fallies, J. C. Gauthier, A. Mysyrowicz, A. Santos, G. Hamoniaux, and A. Antonetti. Frequency-domain interferometer for measuring the phase and amplitude of a femtosecond pulse probing a laser-produced plasma. *Optics letters*, 19(23):1997–1999, 1994.
- [118] S. Kahaly, S. Monchocé, H. Vincenti, T. Dzelzainis, B. Dromey, M. Zepf, Ph. Martin, and F. Quéré. Direct observation of density-gradient effects in harmonic generation from plasma mirrors. *Phys. Rev. Lett.*, 110:175001, 2013.
- [119] R. Ramis, K. Eidmann, J. Meyer-ter Vehn, and S. Hüller. Multi-fs - a computer code for laser-plasma interaction in the femtosecond regime. *Computer Physics Communications*, 183(3):637–655, 2012.
- [120] K. Eidmann, J. Meyer-ter-Vehn, T. Schlegel, and S. Hüller. Hydrodynamic simulation of subpicosecond laser interaction with solid-density matter. *Physical Review E*, 62(1):1202, 2000.
- [121] G. Pretzler, A. Saemann, A. Pukhov, D. Rudolph, T. Schätz, U. Schramm, P. Thirolf, D. Habs, K. Eidmann, G. D. Tsakiris, et al. Neutron production by 200 mj ultrashort laser pulses. *Physical Review E*, 58(1):1165, 1998.

- [122] S. Bastiani, P. Audebert, J. P. Geindre, T. Schlegel, J. C. Gauthier, C. Quiox, G. Hamoniaux, G. Grillon, and A. Antonetti. Hot-electron distribution functions in a sub-picosecond laser interaction with solid targets of varying initial gradient scale lengths. *Physical Review E*, 60(3):3439, 1999.
- [123] M. Kaluza, J. Schreiber, M. I. K. Santala, G. D. Tsakiris, K. Eidmann, J. Meyer-ter Vehn, and K. J. Witte. Influence of the laser prepulse on proton acceleration in thin-foil experiments. *Physical Review Letters*, 93(4):045003, 2004.
- [124] A. A. Vlasov. Vibrational properties of an electron gas. *Soviet Physics Uspekhi-Ussr*, 10(6):721, 1968.
- [125] Stefano Atzeni and Jürgen Meyer-ter Vehn. *The Physics of Inertial Fusion: Beam-Plasma Interaction, Hydrodynamics, Hot Dense Matter: Beam-Plasma Interaction, Hydrodynamics, Hot Dense Matter*. Number 125. Oxford University Press, 2004.
- [126] R. O. Dendy. *Plasma physics: an introductory course*. Cambridge University Press, 1995.
- [127] W. Rozmus and V. T. Tikhonchuk. Skin effect and interaction of short laser pulses with dense plasmas. *Physics Review A*, 42:7401, 1990.
- [128] K. Eidmann, T. Kawachi, A. Marcinkevicius, R. Bartlome, G. D. Tsakiris, K. Witte, and U. Teubner. Fundamental and harmonic emission from the rear side of a thin overdense foil irradiated by an intense ultrashort laser pulse. *Physical Review E*, 72(3):036413, 2005.
- [129] S. C. Wilks, W. L. Kruer, M. Tabak, and A. B. Langdon. Absorption of ultra-intense laser-pulses. *Physical Review Letters*, 69(9):1383–1386, 1992.
- [130] X. Liu and D. Umstadter. Competition between ponderomotive and thermal forces in short-scale-length laser plasmas. *Physical Review Letters*, 69(13):1935–1938, 1992.
- [131] M. P. Kalashnikov, P. V. Nickles, T. Schlegel, M. Schnürer, F. Billhardt, I. Will, and W. Sandner. Dynamics of laser-plasma interaction at 10(18)-W/cm(2). *Physical Review Letters*, 73(2):260–263, 1994.
- [132] A. Pukhov and J. Meyer-ter-Vehn. Laser hole boring into overdense plasma and relativistic electron currents for fast ignition of ICF targets. *Physical Review Letters*, 79(14):2686, 1997.
- [133] Y. Ping, A. J. Kemp, L. Divol, M. H. Key, P. K. Patel, K. U. Akli, F. N. Beg, S. Chawla, C. D. Chen, R. R. Freeman, D. Hey, D. P. Higginson, L. C. Jarrott, G. E.

- Kemp, A. Link, H. S. McLean, H. Sawada, R. B. Stephens, D. Turnbull, B. Westover, and S. C. Wilks. Dynamics of relativistic laser-plasma interaction on solid targets. *Physical Review Letters*, 109(14), 2012.
- [134] M. Zepf, M. Castro-Colin, D. Chambers, S.G. Preston, J.S. Wark, J. Zhang, C.N. Danson, . Neely, P.A. Norreys, A.E. Dangor, et al. Measurements of the hole boring velocity from Doppler shifted harmonic emission from solid targets. *Physics of Plasmas*, 3:3242, 1996.
- [135] N. G. Denisov. On a singularity of the field of an electromagnetic wave propagated in an inhomogeneous plasma. *Sov. Phys. JETP*, 4(4):544–553, 1957.
- [136] Vitaliĭ Ginzburg. The propagation of electromagnetic waves in plasmas. *International Series of Monographs in Electromagnetic Waves, Oxford: Pergamon*, 1, 1970.
- [137] I. F. Watts. *Intense laser-plasma interactions : harmonics and other phenomena*. PhD thesis, Imperial College London, 2001.
- [138] P. Mulser, D. Bauer, and H. Ruhl. Collisionless laser-energy conversion by anharmonic resonance. *Physical Review Letters*, 101(22), 2008.
- [139] F. Brunel. Not-so-resonant, resonant absorption. *Physical Review Letters*, 59(1):52–55, 1987.
- [140] P. Gibbon and A. R. Bell. Collisionless absorption in sharp-edged plasmas. *Physical Review Letters*, 68(10):1535–1538, 1992.
- [141] A. Malvache, A. Borot, F. Quéré, and R. Lopez-Martens. Coherent wake emission spectroscopy as a probe of steep plasma density profiles. *Physical Review E*, 87(3), 2013.
- [142] F. Quéré, C. Thaury, J. P. Geindre, G. Bonnaud, P. Monot, and P. Martin. Phase properties of laser high-order harmonics generated on plasma mirrors. *Physical Review Letters*, 1(9):095004, 2008.
- [143] J. P. Geindre, R. S. Marjoribanks, and P. Audebert. Electron vacuum acceleration in a regime beyond brunel absorption. *Physical Review Letters*, 104(13), 2010.
- [144] N. H. Burnett, H. A. Baldis, M. C. Richardson, and G. D. Enright. Harmonic-generation in CO<sub>2</sub>-laser target interaction. *Applied Physics Letters*, 31(3):172–174, 1977.

- [145] R. L. Carman, C. K. Rhodes, and R. F. Benjamin. Observation of harmonics in the visible and ultraviolet created in CO<sub>2</sub>-laser-produced plasmas. *Physical Review A*, 24(5):2649–2663, 1981.
- [146] B. Bezzerides, R. D. Jones, and D. W. Forslund. Plasma mechanism for ultraviolet harmonic radiation due to intense CO<sub>2</sub> light. *Physical Review Letters*, 49(3):202–205, 1982.
- [147] C. Grebogi, V. K. Tripathi, and H. H. Chen. Harmonic-generation of radiation in a steep density profile. *Physics of Fluids*, 26(7):1904–1908, 1983.
- [148] F. Quéré, C. Thaury, P. Monot, S. Dobosz, P. Martin, J. P. Geindre, and P. Audebert. Coherent wake emission of high-order harmonics from overdense plasmas. *Physical Review Letters*, 96(12):125004, 2006.
- [149] B. Dromey, S. Kar, C. Bellei, D. C. Carroll, R. J. Clarke, J. S. Green, S. Kneip, K. Markey, S. R. Nagel, P. T. Simpson, L. Willingale, P. McKenna, D. Neely, Z. Najmudin, K. Krushelnick, P. A. Norreys, and M. Zepf. Bright multi-keV harmonic generation from relativistically oscillating plasma surfaces. *Physical Review Letters*, 99(8):085001, 2007.
- [150] A. Bourdier. Oblique-incidence of a strong electromagnetic-wave on a cold inhomogeneous electron-plasma - relativistic effects. *Physics of Fluids*, 26(7):1804–1807, 1983.
- [151] R. Hörlein, B. Dromey, D. Adams, Y. Nomura, S. Kar, K. Markey, P. Foster, D. Neely, F. Krausz, G. D. Tsakiris, and M. Zepf. High contrast plasma mirror: spatial filtering and second harmonic generation at 10(19)Wcm<sup>(-2)</sup>. *New Journal Of Physics*, 10:083002, 2008.
- [152] D. E. Hinkellipsker, B. D. Fried, and G. J. Morales. Analytic-expression for mode conversion of Langmuir and electromagnetic-waves. *Physical Review Letters*, 62(23):2680–2682, 1989.
- [153] Z. M. Sheng, K. Mima, J. Zhang, and H. Sanuki. Emission of electromagnetic pulses from laser wakefields through linear mode conversion. *Physical Review Letters*, 94(9), 2005.
- [154] B. Dromey, S. G. Rykovanov, D. Adams, R. Hörlein, Y. Nomura, D. C. Carroll, P. S. Foster, S. Kar, K. Markey, P. McKenna, D. Neely, M. Geissler, G. D. Tsakiris, and M. Zepf. Tunable enhancement of high harmonic emission from laser solid interactions. *Physical Review Letters*, 102(22), 2009.

- [155] K. Varju, Y. Mairesse, B. Carre, M. B. Gaarde, P. Johnsson, S. Kazamias, R. Lopez-Martens, J. Mauritsson, K. J. Schafer, P. H. Balcou, A. L’Huillier, and P. Salieres. Frequency chirp of harmonic and attosecond pulses. *Journal of Modern Optics*, 52(2-3):379–394, 2005.
- [156] Reiner Hörlein. *Investigation of the XUV Emission from the Interaction of Intense Femtosecond Laser Pulses with Solid Targets*. PhD thesis, LMU München, 2008.
- [157] Y. Nomura, R. Hörlein, P. Tzallas, B. Dromey, S. Rykovanov, Z. Major, J. Osterhoff, S. Karsch, L. Veisz, M. Zepf, D. Charalambidis, F. Krausz, and G. D. Tsakiris. Attosecond phase locking of harmonics emitted from laser-produced plasmas. *Nature Physics*, 5(2):124–128, 2009.
- [158] B. Dromey, D. Adams, R. Hörlein, Y. Nomura, S. Rykovanov, D. Carroll, P. Foster, S. Kar, K. Markey, P. McKenna, D. Neely, M. Geissler, G. Tsakiris, and M. Zepf. Diffraction-limited performance and focusing of high harmonics from relativistic plasmas. *Nature Physics*, 5:146–152, 2009.
- [159] M. Yeung, B. Dromey, D. Adams, S. Cousens, R. Hörlein, Y. Nomura, G. D. Tsakiris, and M. Zepf. Beaming of high-order harmonics generated from laser-plasma interactions. *Physical Review Letters*, 110(16), 2013.
- [160] W. Pauli. *Relativitätstheorie*. Springer (edited by Giulini, Domenico), 2000.
- [161] Teodora Baeva. *High harmonic generation from relativistic plasma*. PhD thesis, Heinrich-Heine Universität Düsseldorf, 2008.
- [162] Erich Eckner. *Harmonischenstrahlung aus Laser-erzeugten Plasmen*. Master’s thesis, Friedrich-Schiller-Universität Jena, 2013.
- [163] D. von der Linde and K. Rzazewski. High-order optical harmonic generation from solid surfaces. *Applied Physics B-Lasers And Optics*, 63(5):499–506, 1996.
- [164] A. S. Pirozhkov et al. Diagnostic of laser contrast using target reflectivity. *Applied Physics Letters*, 94(24), 2009.
- [165] J. Jasny, U. Teubner, W. Theobald, C. Wulker, J. Bergmann, and F. P. Schäfer. A single-shot spectrograph for the soft-x-ray region. *Review Of Scientific Instruments*, 65(5):1631–1635, 1994.
- [166] D. Hemmers, M. Benzid, and G. Pretzler. Direct measurement of the complex refractive index of thin foils in the XUV spectral range by point diffraction interferometry. *Applied Physics B-Lasers and Optics*, 108(1):167–175, 2012.

- [167] B. L. Henke, E. M. Gullikson, and J. C. Davis. X-ray interactions - photoabsorption, scattering, transmission, and reflection at  $E=50\text{--}30,000$  eV,  $Z=1\text{--}92$ . *Atomic Data And Nuclear Data Tables*, 54(2):181–342, 1993.
- [168] T. Harada, K. Takahashi, H. Sakuma, and A. Osyczka. Optimum design of a grazing-incidence flat-field spectrograph with a spherical varied-line-space grating. *Applied Optics*, 38(13):2743–2748, 1999.
- [169] R. Hörlein, S. G. Rykovanov, B. Dromey, Y. Nomura, D. Adams, M. Geissler, M. Zepf, F. Krausz, and G. D. Tsakiris. Controlling the divergence of high harmonics from solid targets: a route toward coherent harmonic focusing. *European Physical Journal D*, 55(2):475–481, 2009.
- [170] S. Gordienko, A. Pukhov, O. Shorokhov, and T. Baeva. Coherent focusing of high harmonics: A new way towards the extreme intensities. *Physical Review Letters*, 94(10), 2005.
- [171] I. J. Kim, G. H. Lee, S. B. Park, Y. S. Lee, T. K. Kim, C. H. Nam, T. Mocek, and K. Jakubczak. Generation of submicrojoule high harmonics using a long gas jet in a two-color laser field. *Applied Physics Letters*, 92(2), 2008.
- [172] G. Doumy, S. Dobosz, P. D’Oliveira, P. Monot, M. Perdrix, F. Quéré, F. Reau, P. Martin, P. Audebert, J. C. Gauthier, and J. P. Geindre. High order harmonic generation by non-linear reflection of a pedestal-free intense laser pulse on a plasma. *Applied Physics B-Lasers And Optics*, 78(7-8):901–904, 2004.
- [173] S. Akturk, X. Gu, P. Gabolde, and R. Trebino. The general theory of first-order spatio-temporal distortions of gaussian pulses and beams. *Optics Express*, 13(21):8642–8661, 2005.
- [174] A. J. Kemp and L. Divol. Interaction physics of multipicosecond petawatt laser pulses with overdense plasma. *Physical Review Letters*, 109(19), 2012.
- [175] F. Dollar, P. Cummings, V. Chvykov, L. Willingale, M. Vargas, V. Yanovsky, C. Zolick, A. Maksimchuk, A. G. R. Thomas, and K. Krushelnick. Scaling high-order harmonic generation from laser-solid interactions to ultrahigh intensity. *Phys. Rev. Lett.*, 110:175002, 2013.
- [176] A. Macchi, F. Cornolti, F. Pegoraro, T. V. Liseikina, H. Ruhl, and V. A. Vshivkov. Surface oscillations in overdense plasmas irradiated by ultrashort laser pulses. *Physical Review Letters*, 8720(20):205004, 2001.

- [177] A. Macchi, F. Cornolti, and F. Pegoraro. Two-surface wave decay. *Physics of Plasmas*, 9(5):1704–1711, 2002.
- [178] P. K. Kaw and J. B. Mcbride. Surface waves on a plasma half-space. *Physics of Fluids*, 13(7):1784, 1970.
- [179] J. M. Pitarke, V. M. Silkin, E. V. Chulkov, and P. M. Echenique. Theory of surface plasmons and surface-plasmon polaritons. *Reports on Progress in Physics*, 70(1):1–87, 2007.
- [180] K. Yasumoto and T. Noguchi. Electromagnetic decay into 2 surface plasma-waves in a semi-infinite plasma. *Journal of Applied Physics*, 53(1):208–214, 1982.
- [181] N. Kumar and V. K. Tripathi. Parametric excitation of surface plasma waves in an overdense plasma irradiated by an ultrashort laser pulse. *Physics of Plasmas*, 14(10), 2007.
- [182] R. Hässner, W. Theobald, S. Niedermeier, H. Schillinger, and R. Sauerbrey. High-order harmonics from solid targets as a probe for high-density plasmas. *Optics Letters*, 22(19):1491–1493, 1997.
- [183] F. Albert, D. Joyeux, P. Jaegle, A. Carillon, J. P. Chauvineau, G. Jamelot, A. Klisnick, J. C. Lagron, D. Phalippou, D. Ros, S. Sebban, and P. Zeitoun. Interferograms obtained with a x-ray laser by means of a wavefront division interferometer. *Optics Communications*, 142(4-6):184–188, 1997.
- [184] V. Hilbert, A. Blinne, S. Fuchs, T. Feigl, T. Kampfer, C. Rödel, I. Uschmann, Martin Wünsche, G. G. Paulus, E. Förster, and U. Zastra. An extreme ultraviolet michelson interferometer for experiments at free-electron lasers. *Review of Scientific Instruments*, 84(9):095111–095111, 2013.
- [185] A. Pukhov. Three-dimensional electromagnetic relativistic particle-in-cell code vlpl (virtual laser plasma lab). *Journal of Plasma Physics*, 61:425–433, 1999.
- [186] R. Sauerbrey. Acceleration in femtosecond laser-produced plasmas. *Physics of Plasmas*, 3(12):4712–4716, 1996.
- [187] R. J. Kingham, P. Gibbon, W. Theobald, L. Veisz, and R. Sauerbrey. Phase modulation of intense ultrashort laser pulses reflected from steep, dense plasmas. *Physical Review Letters*, 86(5):810–813, 2001.
- [188] R. Ondarza-Rovira and T. J. M. Boyd. Plasma effects on harmonic spectra generated from moderately relativistic laser-plasma interactions. *Physical Review E*, 86(2), 2012.

- [189] U. Teubner, G. Pretzler, T. Schlegel, K. Eidmann, E. Förster, and K. Witte. Anomalies in high-order harmonic generation at relativistic intensities. *Physical Review A*, 67(1):013816, 2003.
- [190] T. Kunzl, R. Lichters, and J. Meyer-Ter-Vehn. Large-amplitude plasma waves and 2 omega(p) emission driven by laser-generated electron jets in overdense plasma layers. *Laser and Particle Beams*, 21(4):583–591, 2003.
- [191] H. N. Chapman, A. Barty, M. J. Bogan, S. Boutet, M. Frank, S. P. Hau-Riege, S. Marchesini, B. W. Woods, S. Bajt, H. Benner, R. A. London, E. Plonjes, M. Kuhlmann, R. Treusch, S. Düsterer, T. Tschentscher, J. R. Schneider, E. Spiller, T. Moller, C. Bostedt, M. Hoener, D. A. Shapiro, K. O. Hodgson, D. Van der Spoel, F. Burmeister, M. Bergh, C. Caleman, G. Huldt, M. M. Seibert, F. R. N. C. Maia, R. W. Lee, A. Szoke, N. Timneanu, and J. Hajdu. Femtosecond diffractive imaging with a soft-x-ray free-electron laser. *Nature Physics*, 2(12):839–843, 2006.
- [192] U. Teubner, D. Altenbernd, P. Gibbon, E. Förster, A. Mysyrowicz, P. Audebert, J. P. Geindre, J. C. Gauthier, R. Lichters, and J. Meyer-ter Vehn. Observation of VUV radiation at wavelengths in the omega(p)- and 2 omega(p)-wavelength range emitted from femtosecond laser-plasmas. *Optics Communications*, 144(4-6):217–221, 1997.
- [193] J. P. Geindre, P. Audebert, and R. S. Marjoribanks. Relativistic AC gyromagnetic effects in ultraintense laser-matter interaction. *Physical Review Letters*, 97(8), 2006.
- [194] G. Paulus and C. Rödel. Short-wavelength coherence tomography, 2008. US Patent 2,008,106,540.
- [195] A. F. Fercher, W. Drexler, C. K. Hitzenberger, and T. Lasser. Optical coherence tomography - principles and applications. *Reports On Progress In Physics*, 66(2):239–303, 2003.
- [196] D. Huang, E. A. Swanson, C. P. Lin, J. S. Schuman, W. G. Stinson, W. Chang, M. R. Hee, T. Flotte, K. Gregory, C. A. Puliafito, and J. G. Fujimoto. Optical coherence tomography. *Science*, 254(5035):1178–1181, 1991.
- [197] P. Tzallas, D. Charalambidis, N. A. Papadogiannis, K. Witte, and G. D. Tsakiris. Direct observation of attosecond light bunching. *Nature*, 426(6964):267–271, 2003.
- [198] Y. Nabekawa and K. Midorikawa. Interferometric autocorrelation of an attosecond pulse train calculated using feasible formulae. *New Journal of Physics*, 10(2):025034, 2008.

- 
- [199] M. Kurka, J. Feist, D. A. Horner, A. Rudenko, Y. H. Jiang, K. U. Kühnel, L. Foucar, T. N. Rescigno, C. W. McCurdy, R. Pazourek, et al. Differential cross sections for non-sequential double ionization of He by 52 eV photons from the Free Electron Laser in Hamburg, FLASH. *New Journal of Physics*, 12(7):073035, 2010.
- [200] N. A. Papadogiannis, L. A. A. Nikolopoulos, D. Charalambidis, G. D. Tsakiris, P. Tzallas, and K. Witte. Two-photon ionization of he through a superposition of higher harmonics. *Physical Review Letters*, 90(13), 2003.
- [201] Sven Steinke. Entwicklung eines Doppel-Plasmaspiegels zur Erzeugung hochenergetischer Ionen mit ultra-dünnen Targets. Master's thesis, Freie Universität Berlin, 2007.
- [202] Datenblatt SXUV Diode, International Radiation Detectors, Inc., USA. Technical report.